

MODUL METODE STATISTIK

Digunakan di lingkungan Program Studi
Manajemen Keuangan dan Perbankan Syariah



Disusun oleh :

R BAMBANG BUDHIJANA



INDONESIA
BANKING
SCHOOL

**MODUL
KONSEP-KONSEP DASAR
METODE STATISTIK**

Dr R. BAMBANG BUDHIJANA, MSc

**Indonesia Banking School
Jakarta Selatan
Februari 2022**

DISTRIBUSI SAMPLING RATA-RATA DAN PROPORSI

Ringkasan Teori

Populasi dan Sampel

Populasi adalah semua objek atau individu yang akan diteliti, sedangkan sampel adalah bagian dari populasi yang dipilih untuk diteliti.

Metode Sampling

Prosedur sampling berfokus pada pengumpulan sebagian kecil anggota (sampel) dari populasi yang lebih besar. Dimana sampel tersebut kemudian digunakan untuk memperkirakan karakteristik dari seluruh populasi.

Sampel acak dari sebuah Populasi:

Sampel acak (random sample) adalah cara pengembalian sampel dimana setiap individu mempunyai peluang yang sama untuk dijadikan anggota sampel. Dibedakan menjadi dua, sesuai dengan ukuran populasi :

1. Sampel acak berasal dari populasi tidak terbatas (infinite population)
2. Sampel acak berasal dari populasi terbatas (finite population)

Cara Sampling

Sampling Dengan Pengembalian adalah metode sampling dimana setiap anggota dari suatu populasi dapat dipilih lebih dari satu kali.

Sampling Tanpa Pengembalian adalah metode sampling dimana setiap anggota dari suatu populasi tidak dapat dipilih lebih dari satu kali.

Distribusi Sampling

Distribusi probabilita dari suatu statistik sampel seringkali disebut sebagai distribusi sampling dari statistik tersebut

Distribusi Sampling terdiri dari:

1. Distribusi Sampling Rata-rata
2. Distribusi Sampling Proporsi
3. Distribusi Sampling Selisih Rata-rata
4. Distribusi Sampling Selisih Proporsi

DISTRIBUSI SAMPLING RATA-RATA

Distribusi Sampling Rata-rata adalah distribusi dari besaran rata-rata yang muncul dari sampel.

Notasi Dalam Distribusi Sampling Rata-rata:

- n : ukuran sampel
- \bar{x} : rata-rata sampel
- s : standar deviasi sampling
- $\mu_{\bar{x}}$: rata-rata pada distribusi sampling rata-rata
- $\sigma_{\bar{x}}$: standar deviasi pada distribusi sampling rata-rata
- N : ukuran populasi
- μ : rata-rata populasi
- σ : standar deviasi populasi

Rumus Distribusi Sampling Rata-rata:

	Populasi tidak terbatas $(\frac{n}{N} \leq 5\%)$	Populasi terbatas $(\frac{n}{N} > 5\%)$
Rata-rata	$\mu_{\bar{x}} = \mu$	$\mu_{\bar{x}} = \mu$
Standar Deviasi	$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$	$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \cdot \sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$
Nilai Baku	$z = \frac{\bar{x} - \mu_{\bar{x}}}{\sigma_{\bar{x}}}$	$z = \frac{\bar{x} - \mu_{\bar{x}}}{\sigma_{\bar{x}}}$

Ket: $\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$ disebut dengan faktor koreksi

Contoh soal:

Sebuah perusahaan mainan memproduksi mobil-mobilan dengan *remote control* yang menggunakan dua baterai. Rata-rata umur baterai yang digunakan di produk ini adalah 35 jam. Distribusi umur baterai mendekati distribusi probabilitas normal dengan standar deviasi 5,5 jam. Sebagai bagian dari program pengujian, diambil sampel sebanyak 25 baterai. Hitunglah:

- a. Probabilitas umur baterai lebih dari 36 jam?
- b. Probabilitas umur baterai antara 34,5 dan 36 jam?

Penyelesaian:

Dik: $\mu_{\bar{x}} = \mu = 35$

$\sigma = 5,5$

$n = 25$

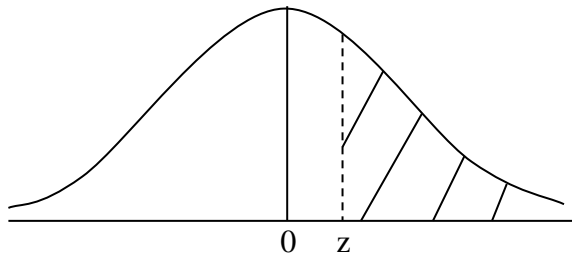
Dit: a. $P(\bar{x} > 36)$?

b. $P(34,5 < \bar{x} < 36)$?

Jwb: $\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{5,5}{\sqrt{25}} = 1,1$

a.
$$z = \frac{\bar{x} - \mu_{\bar{x}}}{\sigma_{\bar{x}}} = \frac{36-35}{1,1} = 0,91$$

b.



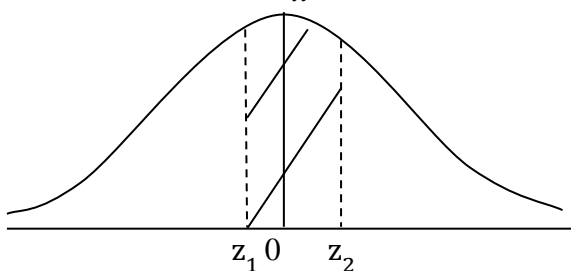
Lihat tabel z:

luas sebelah kanan 0	=	0,5000
luas antara 0 - z	=	<u>0,3186</u> -
luas sebelah kanan z	=	0,1814

Kesimpulan : Jadi, dari 25 baterai yang dipilih, probabilita umur baterai lebih dari 36 jam adalah sebesar 0,1814 atau 18,14%.

b.
$$z_1 = \frac{\bar{x} - \mu_{\bar{x}}}{\sigma_{\bar{x}}} = \frac{34,5-35}{1,1} = -0,45$$

$$z_2 = \frac{\bar{x} - \mu_{\bar{x}}}{\sigma_{\bar{x}}} = \frac{36-35}{1,1} = 0,91$$



Lihat tabel z:

luas antara z ₁ - 0	=	0,1736
luas antara 0 - z ₂	=	<u>0,3186</u> +
luas antara z ₁ - z ₂	=	0,4922

Kesimpulan : Jadi, dari 25 baterai yang dipilih probabilita umur baterai antara 34,5 dan 36 jam adalah sebesar 0,4922 atau 49,22%

DISTRIBUSI SAMPLING PROPORSI

Distribusi Sampling proporsi adalah distribusi sampling yang statisik sampelnya merupakan proporsi sampel.

Notasi Dalam Distribusi Sampling Proporsi:

$\mu_{\frac{x}{n}}$: rata-rata pada distribusi sampling proporsi

$\sigma_{\frac{x}{n}}$: standar deviasi pada distribusi sampling proporsi

Rumus Distribusi Sampling Proporsi

	Populasi tidak terbatas $(\frac{n}{N} \leq 5\%)$	Populasi terbatas $(\frac{n}{N} > 5\%)$
Rata-rata	$\mu_{\frac{x}{n}} = \pi$	$\mu_{\frac{x}{n}} = \pi$
Standar Deviasi	$\sigma_{\frac{x}{n}} = \sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}}$	$\sigma_{\frac{x}{n}} = \sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}} \cdot \sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$
Nilai Baku	$Z = \frac{\frac{x}{n} - \mu_{\frac{x}{n}}}{\sigma_{\frac{x}{n}}}$	$Z = \frac{\frac{x}{n} - \mu_{\frac{x}{n}}}{\sigma_{\frac{x}{n}}}$

Jika nilai π dari populasi tidak diketahui, dalam hal ini π dianggap sama dengan 0,5 yaitu nilai $\pi(1-\pi)$ yang maksimum.

Contoh Soal:

Seorang pemilik toko kaset menemukan bahwa 20% dari pelanggan yang memasuki tokonya melakukan pembelian. Suatu pagi 180 orang yang dapat dianggap sebagai sampel acak dari semua pelanggan, memasuki toko. Berapa probabilitas pelanggan yang membeli kurang dari 15%?

Penyelesaian:

Dik: $n = 180$

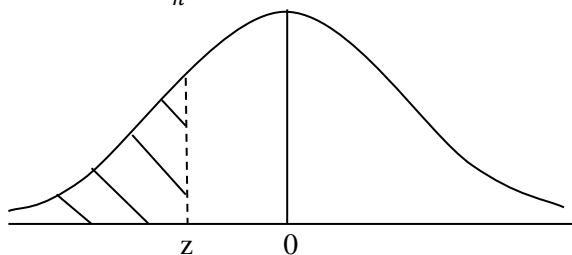
$\pi(\text{membeli}) = 20\% = 0,20$

Dit: a. $P(\frac{x}{n} < 15\%)?$

Jwb: $\mu_{\frac{x}{n}} = \pi = 0,20$

$$\sigma_{\frac{x}{n}} = \sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}} = \sqrt{\frac{0,20(0,80)}{180}} = 0,029814239$$

$$a. \quad z = \frac{\frac{x}{n} - \mu_{\frac{x}{n}}}{\sigma_{\frac{x}{n}}} = \frac{0,15 - 0,20}{0,029814239} = -1,68$$



lihat tabel z:

luas sebelah kiri 0 = 0,5000

luas antara z-0 = 0,4535-

luas sebelah kiri z = 0,0465

Kesimpulan:

Jadi, probabilitas bahwa diantara 180 orang yang masuk ke toko, pelanggan yang membeli kurang dari 15% adalah sebesar 0,0465 atau 4,65%

SOAL DISTRIBUSI SAMPLING RATA-RATA DAN PROPORSI

1. Sebuah produsen jus jeruk membeli semua jeruk dari sebuah kebun jeruk besar yang memiliki satu varietas jeruk. Berat perasan yang diperoleh dari masing-masing jeruk untuk segelas jus rata-rata 4,70 ons dan standar deviasi 0,40 ons. Jika 25 jeruk dipilih secara random, Tentukan:
 - a. Probabilita berat perasan jeruk paling sedikit 4,6 ons
 - b. Probabilita berat perasan jeruk paling banyak 4,9 ons

2. Sebuah sampel acak yang terdiri dari 250 rumah diambil dari populasi rumah-rumah tua untuk memperkirakan proporsi rumah dengan kabel yang tidak aman. Jika pada kenyataannya, 30% dari rumah memiliki kabel yang tidak aman, berapakah probabilita bahwa akan terdapat antara 25% dan 35% dari rumah tersebut dengan kabel yang tidak aman?

3. According to the Bureau of the Census, 85,1% of adult residents of Arizona have completed high school. What is the probability that no more than 80% of the person in a simple random sample of 200 adult residents of Arizona have finished high school?

4. Tartus industries memiliki tujuh pekerja produksi (dianggap sebagai populasi). Pendapatan per jam dari masing-masing pekerja adalah: \$7, \$7, \$8, \$8, \$7, \$8, \$9. Hitunglah:
 - a. Rata-rata dari populasi tersebut
 - b. Standar Deviasi dari populasi tersebut
 - c. Rata-rata dari distribusi sampling rata-rata
 - d. Deviasi standar dari distribusi sampling rata-rata

5. Tentukanlah probabilita bahwa diantara 200 anak yang akan lahir, terdapat:
 - a. Kurang dari 40% adalah bayi laki-laki?
 - b. Lebih dari 54% adalah bayi laki-laki?Asumsi : probabilita kelahiran untuk bayi laki-laki dan perempuan setara

6. A hardware store chain has just received a truckload of 5000 electric drills. Before accepting the shipment, the purchasing manager insists that 9 of the drills be randomly selected for testing. He intends to measure the maximum power consumption of each drill and reject the shipment if the mean consumption for the sample is greater than the 300 watts listed on the product label. Unknown the purchasing manager, the drills on the truck require an average of 295 watts, with a standard deviation of 12 watts. Stating any

additional assumptions you are using, find the probability that the truckload of drills will be rejected.

7. The mean selling price of new homes in a city over a year was \$115.000. The population standard deviation was \$25.000. A random sample of 100 new home sales from this city was taken.
 - a. What is the probability that the sample mean selling price was between \$113.000 and \$117.000?
 - b. What is the probability that the sample mean selling price was more than \$110.000?
8. Sebuah perusahaan menerima 120 pelamar dari lulusan perguruan tinggi. Dengan asumsi bahwa pelamar dapat dianggap sebagai sampel acak dari semua lulusan tersebut. Berapakah probabilita bahwa antara 35% dan 45% dari mereka adalah wanita jika 40% dari semua lulusan perguruan tinggi tersebut adalah wanita?
9. Sebuah perusahaan memiliki 200 karyawan yang memiliki pendapatan rata-rata \$58.000 dengan standar deviasi \$10.000. Dari 30 orang karyawan dipilih secara acak untuk berpartisipasi dalam penggalangan dana tahunan, berapa probabilita bahwa pendapatan rata-rata karyawan yang berpartisipasi dalam kegiatan penggalangan dana tahunan memiliki pendapatan minimal \$60,000?
10. Fakultas Ekonomi Universitas Padjadjaran menerima mahasiswa baru pada tahun 2011 sebanyak 528 orang dan 211 orang diantaranya telah membawa *netbook* pribadi ke kampus. Sebanyak 120 mahasiswa baru diambil sebagai sampel acak. Hitunglah:
 - a. Standar deviasi?
 - b. probabilita mahasiswa yang membawa netbook antara 50% dan 60%?

JAWABAN DISTRIBUSI SAMPLING RATA-RATA DAN PROPORSI

1. Dik: $\mu_{\bar{x}} = \mu = 4,70$

$\sigma = 0,40$

$n = 25$

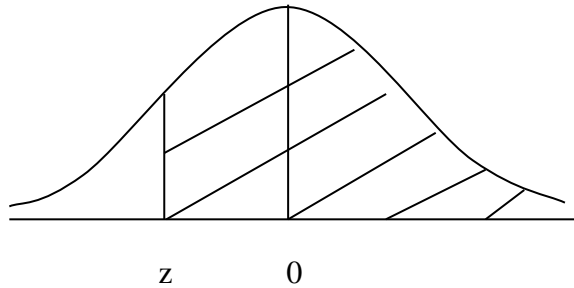
Dit: a. $P(\bar{x} \geq 4,6)$?

b. $P(\bar{x} \leq 4,9)$?

Jwb:

a. $\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{0,4}{\sqrt{25}} = 0,08$

$$z = \frac{\bar{x} - \mu_{\bar{x}}}{\sigma_{\bar{x}}} = \frac{4,6 - 4,7}{0,08} = -1,25$$



lihat tabel z:

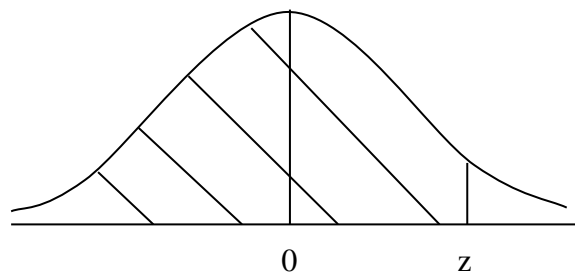
luas sebelah kanan 0 = 0,5000

luas antara z-0 = 0,3944+

luas sebelah kanan z = 0,8944

Kesimpulan: Jadi, dari 25 jeruk yang diambil probabilita berat perasan jeruk paling sedikit 4,6 ons adalah sebesar 0,8944 atau 89,44%

b. $z = \frac{\bar{x} - \mu_{\bar{x}}}{\sigma_{\bar{x}}} = \frac{4,9 - 4,7}{0,08} = 2,5$



lihat tabel z:

luas sebelah kiri 0 = 0,5000

luas antara 0 - z = 0,4938 +

luas sebelah kiri z = 0,9938

Kesimpulan: Jadi, dari 25 jeruk yang diambil, probabilita berat perasan jeruk paling banyak 4,9 ons adalah sebesar 0,9938 atau 99,38%

2. Dik: $n = 250$

$\pi(\text{kabel tidak aman}) = 30\% = 0,30$

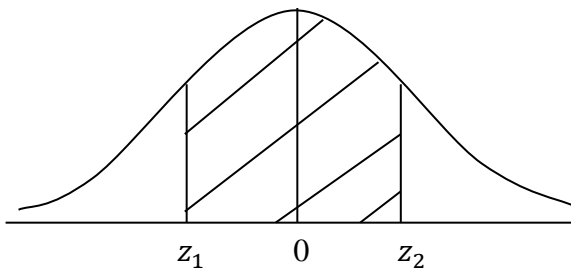
Dit: $P(25\% < \frac{x}{n} < 35\%)?$

Jwb: $\mu_{\frac{x}{n}} = \pi = 0,30$

$$\sigma_{\frac{x}{n}} = \sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}} = \sqrt{\frac{0,30(0,70)}{250}} = 0,028982753$$

$$a. z_1 = \frac{\frac{x}{n} - \mu_{\frac{x}{n}}}{\sigma_{\frac{x}{n}}} = \frac{0,25 - 0,30}{0,028982753} = -1,72$$

$$z_2 = \frac{\frac{x}{n} - \mu_{\frac{x}{n}}}{\sigma_{\frac{x}{n}}} = \frac{0,35 - 0,30}{0,028982753} = 1,72$$



Lihat tabel z:

luas antara $z_1 - 0 = 0,4573$

luas antara $0 - z_2 = 0,4573 +$

luas antara $z_1 - z_2 = 0,9146$

Kesimpulan: Jadi, probabilita bahwa akan terdapat antara 25% dan 35% dari rumah tersebut dengan kabel yang tidak aman adalah sebesar 0,9146 atau 91,46%

3. Dik: $n = 200$

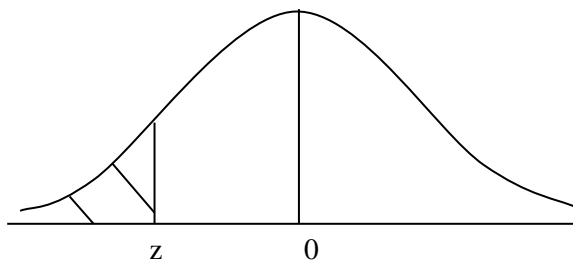
$\pi(\text{have finished high school}) = 85,1\% = 0,851$

Dit: $P(\frac{x}{n} \leq 80\%)?$

Jwb: $\mu_{\frac{x}{n}} = \pi = 0,851$

$$\sigma_{\frac{x}{n}} = \sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}} = \sqrt{\frac{0,851(0,149)}{200}} = 0,025179257$$

$$z = \frac{\frac{x}{n} - \mu_{\frac{x}{n}}}{\sigma_{\frac{x}{n}}} = \frac{0,80 - 0,851}{0,025179257} = -2,02$$



lihat tabel z:

luas sebelah kiri 0 = 0,5000

luas antara z-0 = 0,4783-

luas sebelah kiri z = 0,0217

Conclusion: So, the probability that no more than 80% of the person in a simple random sample of 200 adult residents of Arizona have finished high school is 0,0217 or 2,17%

4. Dik: pendapatan masing-masing pekerja = \$7, \$7, \$8, \$8, \$7, \$8, \$9

- Dit: a. μ ?
 a. σ ?
 b. $\mu_{\bar{x}}$?
 c. $\sigma_{\bar{x}}$?

Jwb:

a. $\mu = \frac{7+7+8+8+7+8+9}{7} = 7,714285714 = 7,71$

b. $\sigma = \sqrt{\frac{\sum(x_1 - \bar{x})^2}{n}}$
 $= \sqrt{\frac{(7-7,71)^2 + (7-7,71)^2 + (8-7,71)^2 + (8-7,71)^2 + (7-7,71)^2 + (8-7,71)^2 + (9-7,71)^2}{7}}$
 $= \sqrt{\frac{3,4287}{7}} = 0,699867334$

c. $\mu_{\bar{x}} = \mu = 7,71$

d. $\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{0,699867334}{\sqrt{7}} = 0,264524988$

5. Dik: n = 200

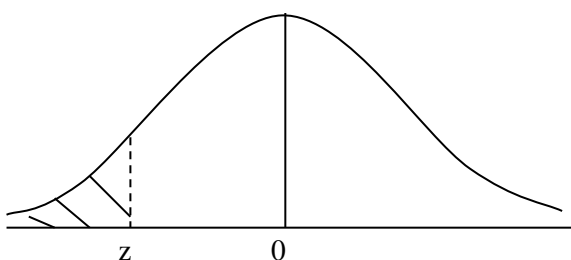
$\pi(\text{lahir bayi laki-laki}) = 50\% = 0,50$

- Dit: a. $P(\frac{x}{n} < 40\%)$?
 b. $P(\frac{x}{n} > 54\%)$?

Jwb: $\mu_{\frac{x}{n}} = \pi = 0,50$

$\sigma_{\frac{x}{n}} = \sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}} = \sqrt{\frac{0,50(0,50)}{200}} = 0,035355339$

a. $z = \frac{\frac{x}{n} - \mu_{\frac{x}{n}}}{\sigma_{\frac{x}{n}}} = \frac{0,4-0,5}{0,035355339} = -2,83$

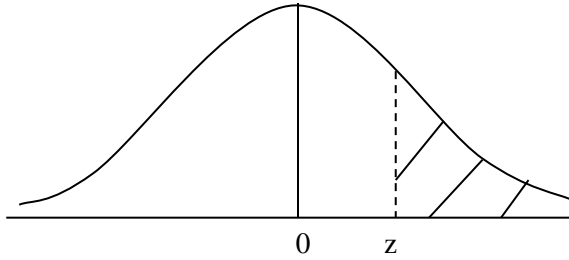


lihat tabel z:

luas sebelah kiri 0	=	0,5000
luas antara z-0	=	<u>0,4977</u>
luas sebelah kiri z	=	0,0023

Kesimpulan: Jadi, probabilita bahwa diantara 200 anak yang lahir, kurang dari 40 % adalah bayi laki-laki adalah sebesar 0,0023 atau 0,23%

$$b. z = \frac{\frac{\bar{x} - \mu_{\bar{x}}}{\sigma_{\bar{x}}}}{\frac{\sigma_x}{n}} = \frac{0,54 - 0,5}{0,035355339} = 1,13$$



lihat tabel z:

luas sebelah kanan 0 = 0,5000

luas antara 0-z = 0,3708-

luas sebelah kanan z = 0,1292

Kesimpulan: Jadi, probabilita bahwa diantara 200 anak yang lahir, lebih dari 54 % adalah bayi laki-laki adalah sebesar 0,1292 atau 12,92%

6. Dik: N = 5000

$\mu = 295$

$n = 9$

$\sigma = 12$

if the mean consumption for the sample is greater than the 300 the truckload of drills will be rejected

Dit: The probability that the truckload of drills will be rejected,

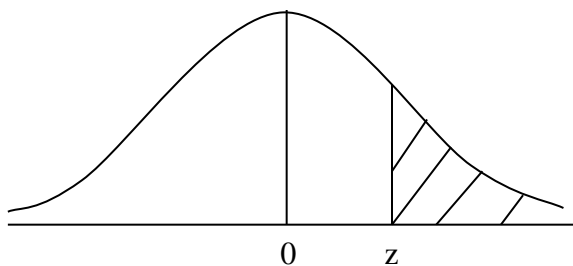
$P(\bar{x} > 300)$?

Jwb: $\frac{n}{N} = \frac{9}{5000} = 0,0018 < 5\%$ (tidak menggunakan faktor koreksi)

$\mu_{\bar{x}} = \mu = 295$

$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{12}{\sqrt{9}} = 4$

$$z = \frac{\bar{x} - \mu_{\bar{x}}}{\sigma_{\bar{x}}} = \frac{300 - 295}{4} = 1,25$$



lihat tabel z:

luas sebelah kanan 0 = 0,5000

luas antara 0 - z = 0,3944 -

luas sebelah kanan z = 0,1056

Conclusion: so, the probability that the truckload of drills will be rejected is 0,1056 or 10,56%

7. Dik: $\mu = 115.000$

$$\sigma = 25.000$$

$$n = 100$$

Dit: a. $P(113.000 < \bar{x} < 117.000)$?

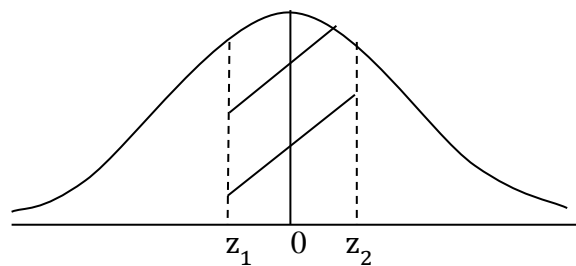
b. $P(\bar{x} > 110.000)$?

Jwb: $\mu_{\bar{x}} = \mu = 115.000$

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{25.000}{\sqrt{100}} = 2500$$

$$a. \quad z = \frac{\bar{x} - \mu_{\bar{x}}}{\sigma_{\bar{x}}} = \frac{113.000 - 115.000}{2500} = -0,8$$

$$z = \frac{\bar{x} - \mu_{\bar{x}}}{\sigma_{\bar{x}}} = \frac{117.000 - 115.000}{2500} = 0,8$$



Lihat tabel z:

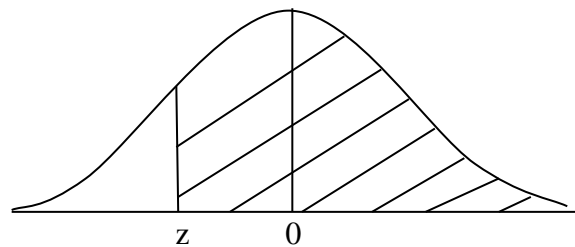
$$\text{luas antara } z_1 - 0 = 0,2881$$

$$\text{luas antara } 0 - z_2 = \underline{0,2881}$$

$$\text{luas antara } z_1 - z_2 = 0,5762$$

Kesimpulan : Jadi, probabilita harga rumah yang terjual antara \$113.000 dan \$117.000 adalah sebesar 0,5762 atau 57,62%

$$b. \quad z = \frac{\bar{x} - \mu_{\bar{x}}}{\sigma_{\bar{x}}} = \frac{110.000 - 115.000}{2500} = -2$$



lihat tabel z:

$$\text{luas sebelah kanan } 0 = 0,5000$$

$$\text{luas antara } z-0 = \underline{0,4772} +$$

$$\text{luas sebelah kanan } z = 0,9772$$

Kesimpulan : Jadi, probabilita harga rumah yang terjual lebih dari \$110.000 adalah sebesar 0,9772 atau 97,72%

8. Dik: $n = 120$

$$\pi(\text{wanita}) = 40\% = 0,40$$

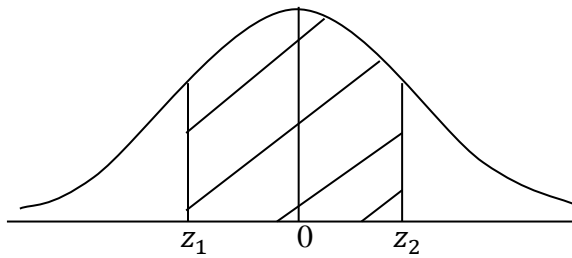
Dit: $P(35\% < \frac{x}{n} < 45\%)$

Jwb: $\mu_{\frac{x}{n}} = \pi = 0,40$

$$\sigma_{\frac{x}{n}} = \sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}} = \sqrt{\frac{0,40(0,60)}{120}} = 0,044721359$$

$$z_1 = \frac{\frac{x}{n} - \mu_{\frac{x}{n}}}{\sigma_{\frac{x}{n}}} = \frac{0,35 - 0,40}{0,044721359} = -1,12$$

$$z_2 = \frac{\frac{x}{n} - \mu_{\frac{x}{n}}}{\sigma_{\frac{x}{n}}} = \frac{0,45 - 0,40}{0,044721359} = 1,12$$



Lihat tabel z:

luas antara z₁-0 = 0,3686

luas antara 0-z₁ = 0,3686 +

luas antara z₁-z₁ = 0,7372

Kesimpulan: Jadi, probabilita bahwa antara 35% dan 45% dari pelamar adalah wanita ialah sebesar 0,7372 atau 73,72%

9. Dik: N = 200

n = 30

μ = 58.000

σ = 10.000

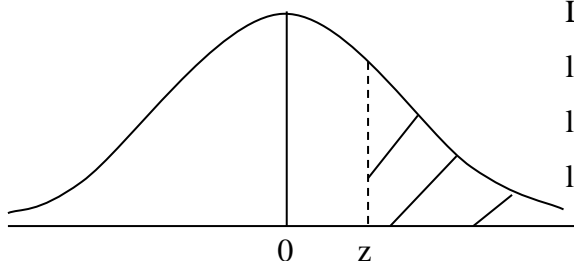
Dit: P (x̄ ≥ 60.000)?

Jwb: μ_{x̄} = μ = 58.000

$\frac{n}{N} = \frac{30}{200} = 0,15 > 5\%$ (gunakan faktor koreksi)

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \cdot \sqrt{\frac{N-n}{N-1}} = \frac{10.000}{\sqrt{30}} \cdot \sqrt{\frac{200-30}{200-1}} = 1687,474797$$

$$z = \frac{\bar{x} - \mu_{\bar{x}}}{\sigma_{\bar{x}}} = \frac{60.000 - 58.000}{1687,474797} = 1,18$$



Lihat tabel z:

luas sebelah kanan 0 = 0,5000

luas antara 0 - z = 0,3810 -

luas sebelah kanan z = 0,1190

Kesimpulan: Jadi, probabilita bahwa pendapatan rata-rata karyawan yang berpartisipasi dalam kegiatan penggalangan dana tahunan memiliki pendapatan minimal \$ 60,000 adalah 0,1190 atau 11,90%

10. Dik: $N = 528$

$$x = 211$$

$$n = 120$$

Dit: a. $\sigma_{\frac{x}{n}} ?$

b. $P(50\% < \frac{x}{n} < 60\%)?$

Jwb: $\pi = \frac{x}{n} = \frac{211}{528} = 0,3996$

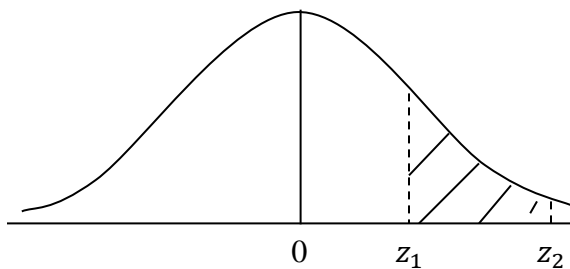
a. $\frac{n}{N} = \frac{120}{528} = 0,227 > 5\%$ (gunakan faktor koreksi)

$$\sigma_{\frac{x}{n}} = \sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}} \cdot \sqrt{\frac{N-n}{N-1}} = \sqrt{\frac{0,3996(0,6004)}{120}} \cdot \sqrt{\frac{528-120}{528-1}} = 0,039342978$$

b. $\mu_{\frac{x}{n}} = \pi = \frac{211}{528} = 0,3996$

$$z_1 = \frac{\frac{x}{n} - \mu_{\frac{x}{n}}}{\sigma_{\frac{x}{n}}} = \frac{0,5 - 0,3996}{0,039342978} = 2,55$$

$$z_2 = \frac{\frac{x}{n} - \mu_{\frac{x}{n}}}{\sigma_{\frac{x}{n}}} = \frac{0,6 - 0,3996}{0,039342978} = 5,09$$



Lihat tabel z:

luas antara 0- z_2 = 0,5000

luas antara 0- z_1 = 0,4946

luas antara z_1 - z_2 = 0,0054

Kesimpulan: probabilita mahasiswa yang membawa netbook antara 50% dan 60% adalah sebesar 0,0054 atau 0,54%

DISTRIBUSI SAMPLING SELISIH RATA-RATA DAN SELISIH PROPORSI

Statistik merupakan salah satu hal terpenting dalam proses pengambilan keputusan pada bidang ekonomi, bisnis maupun ilmu pengetahuan. Statistik mengacu pada estimasi dan uji hipotesis. Agar estimasi atau uji hipotesis mendekati kondisi sebenarnya pada populasi maka perlu diambil sampel-sampel yang dapat mewakili populasi. Hal ini dapat dilakukan dengan cara *random sampling*, dimana setiap elemen dari populasi memiliki peluang yang sama untuk terpilih menjadi sampel. Dari pengambilan sampel ini kita dapat mempelajari karakteristik populasi berdasarkan sampel yang diambil dari populasi itu. Berdasarkan sifat-sifat sampel yang diambil dari sebuah populasi, statistika akan membuat kesimpulan umum yang diharapkan berlaku untuk populasi itu.

Jika nilai-nilai statistik yang sejenis dikumpulkan lalu disusun dalam suatu daftar sehingga terdapat hubungan antara nilai statistik dan frekuensi statistik yang didapat, maka diperoleh kumpulan statistik yang biasa disebut **distribusi sampling** (Sudjana, 2004: 87).

Distribusi Sampling Selisih Rata-Rata

Distribusi sampling selisih rata-rata adalah distribusi probabilitas yang dapat terjadi dari selisih rata-rata dua sampel yang berbeda berdasarkan pada dua sampel tertentu dari ukuran parameter dua populasinya.

Untuk ukuran-ukuran sampel n_1 dan n_2 cukup besar ($n_1, n_2 > 30$), maka distribusi sampling selisih rata-rata sangat mendekati distribusi normal, untuk mengubahnya ke dalam bentuk normal standar maka diperlukan rumus :

$$Z = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - \mu_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}}{\sigma_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}}$$

Dimana :

- a. Rata-rata

$$\mu_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2} = \mu_1 - \mu_2$$

- b. Simpangan baku

$$\sigma_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2} = \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$$

Contoh soal :

Pada suatu wilayah didapat rata-rata pendapatan manajer dan karyawan per hari masing-masing sebesar Rp70.000,00 dan Rp30.000,00 dengan simpangan baku Rp20.000,00 dan Rp4.000,00. Jika dari wilayah tersebut diambil sampel manajer sebanyak 42 orang dan karyawan sebanyak 135 orang. Tentukan probabilitas bahwa pendapatan manajer Rp45.000,00 lebih besar dari pendapatan karyawan pada wilayah tersebut?

Jawab :

Dik : $\mu_1 = 70.000$ $\sigma_1 = 20.000$ $n_1 = 42$
 $\mu_2 = 30.000$ $\sigma_2 = 4.000$ $n_2 = 135$

Dit : $P(\bar{x}_1 - \bar{x}_2 > Rp45.000,00)$

Jwb : $\mu_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2} = \mu_1 - \mu_2$
 $= 70.000 - 30.000$
 $= Rp40.000,00$

$$\sigma_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2} = \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$$

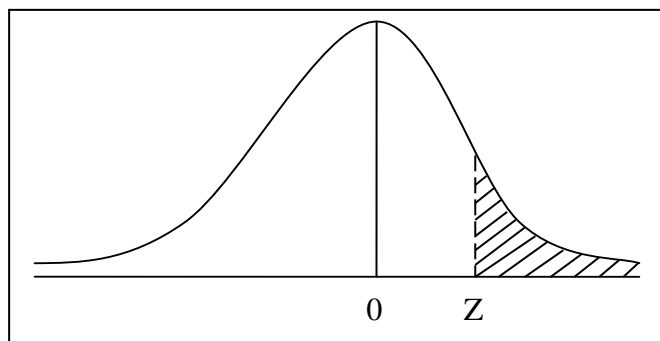
$$= \sqrt{\frac{20.000^2}{42} + \frac{4.000^2}{135}}$$

$$= Rp3.105,209823$$

$$Z = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - \mu_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}}{\sigma_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}}$$

$$= \frac{45.000 - 40.000}{3.105,209823}$$

$$= 1.61$$



Lihat tabel Z :	
Luas sebelah kanan 0 :	0,5000
Luas 0 - Z :	<u>0,4463</u>
Luas sebelah kanan Z :	0,0537

Kesimpulan : Jadi, probabilitas bahwa pendapatan manajer Rp45.000,00 lebih besar dari pendapatan karyawan pada wilayah tersebut adalah sebesar 0,0537 atau 5,37%.

Distribusi Sampling Selisih Proporsi

Distribusi sampling selisih proporsi adalah distribusi probabilitas yang dapat terjadi dari selisih proporsi dua sampel yang berbeda berdasarkan pada dua sampel tertentu dari ukuran parameter dua populasinya, adapun rumus distribusi sampling selisih proporsi dinyatakan dalam :

a. Rata-rata proporsi

$$\mu_{\frac{x_1}{n_1} - \frac{x_2}{n_2}} = \pi_1 - \pi_2$$

b. Simpangan baku proporsi

$$\sigma_{\frac{x_1}{n_1} - \frac{x_2}{n_2}} = \sqrt{\frac{\pi_1(1 - \pi_1)}{n_1} + \frac{\pi_2(1 - \pi_2)}{n_2}}$$

Distribusi sampling selisih proporsi inipun akan mendekati distribusi normal bila ukuran-ukuran sampel cukup besar ($n_1, n_2 > 30$), maka untuk merubahnya menjadi bentuk normal standar diperlukan rumus :

$$Z = \frac{\left(\frac{x_1}{n_1} - \frac{x_2}{n_2}\right) - \mu_{\frac{x_1}{n_1} - \frac{x_2}{n_2}}}{\sigma_{\frac{x_1}{n_1} - \frac{x_2}{n_2}}}$$

Contoh soal :

Suatu perusahaan mobil melakukan perubahan strategi penjualan. Setelah dilakukan pengamatan pada dua produk, mobil A dan mobil B, menunjukkan peningkatan penjualan sebesar 40% pada mobil A dan 32% pada mobil B. Apabila penjualan mobil A pada bulan ini sebanyak 370 unit dan mobil B sebanyak 230 unit, berapa probabilitas beda persentase peningkatan penjualan mobil A dengan mobil B tidak lebih dari 5% ?

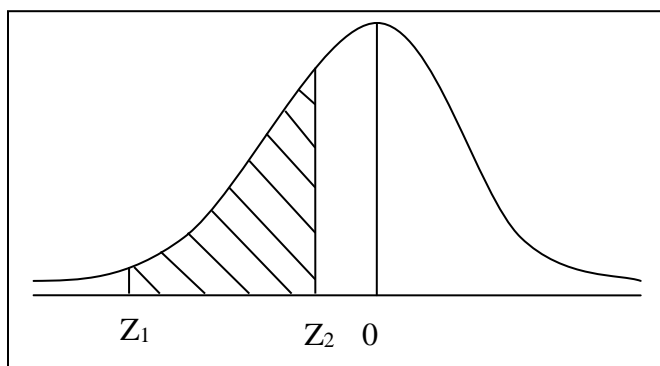
Jawab :

Dik : $\pi_1 = 40\% = 0,4$ $n_1 = 370$
 $\pi_2 = 32\% = 0,32$ $n_2 = 230$

Dit : $P\left(-5\% < \frac{x_1}{n_1} - \frac{x_2}{n_2} < 5\%\right)$

Jwb : $\mu_{\frac{x_1}{n_1} - \frac{x_2}{n_2}} = \pi_1 - \pi_2$
 $= 0,4 - 0,32$
 $= 0,08$

$$\begin{aligned} \sigma_{\frac{x_1}{n_1} - \frac{x_2}{n_2}} &= \sqrt{\frac{\pi_1(1 - \pi_1)}{n_1} + \frac{\pi_2(1 - \pi_2)}{n_2}} \\ &= \sqrt{\frac{(0,4)(0,6)}{370} + \frac{(0,32)(0,68)}{230}} \\ &= 0,03993414 \\ Z &= \frac{\left(\frac{x_1}{n_1} - \frac{x_2}{n_2}\right) - \mu_{\frac{x_1}{n_1} - \frac{x_2}{n_2}}}{\sigma_{\frac{x_1}{n_1} - \frac{x_2}{n_2}}} \\ Z_1 &= \frac{-0,05 - 0,08}{0,03993414} = -3,26 \\ Z_2 &= \frac{0,05 - 0,08}{0,03993414} = -0,75 \end{aligned}$$



Lihat tabel Z :	
Luas \$Z_1 - 0\$: 0,4994
Luas \$Z_2 - 0\$: <u>0,2734</u>
Luas \$Z_1 - Z_2\$: 0,2260

Kesimpulan : Jadi, probabilitas beda persentase peningkatan penjualan mobil A dengan mobil B tidak lebih dari 5% adalah sebesar 0,2260 atau 22,60%.

**SOAL DISTRIBUSI SAMPLING SELISIH RATA-RATA DAN SELISIH
PROPORSI**

1. In the Paradiso University, we have known that the average height of student's man is 168 cm with the standard deviation is 6.2 cm. Besides that, the average height of student's woman is 156 cm with the standard deviation is 7.3 cm. From both populations we take a random sample is 100 people. What is probability the average of height the student man more than 10 cm than the average height of student woman?
2. Suppose that 10 % of goods in the east storage have broken, another goods in the west storage have broken is 5 %. If we take a random sample 200 goods from the west storage and 300 goods from the east storage, so find the probabilities if:
 - a. The broken goods in the east storage minimal 6 % than the broken goods in the west storage?
 - b. The broken goods in the east storage is different between 0.9% until 7% more than from the west storage?
3. Dalam satu tahun PT. Sanmos akan selalu memproduksi lampu sebanyak 10.000 unit. Pada tahun lalu ditemukan sebanyak 565 unit lampu rusak, sedangkan pada tahun ini ditemukan sebanyak 370 unit lampu rusak. Untuk suatu penelitian diambil sampel lampu sebanyak 250 unit, maka tentukan probabilitas produksi lampu yang rusak pada tahun lalu berbeda minimal 3% lebihnya dari produksi lampu yang rusak pada tahun ini ?
4. Monro and Nando companies are produce two kinds of refrigerator. The average lifetime of the Monro refrigerator is 70.000 hours with standard deviation is 2.000 hours and the average lifetime of the Nando refrigerator is 55.000 hours with standard deviation is 7.000 hours. Determine the probability that the average lifetime of the Monro refrigerator maximal 14.000 hours than Nando refrigerator, if the random sample were taken respectively as 100 and 125 units?
5. Untuk membangun sebuah rumah, Toni membutuhkan batu bata sebanyak 50.000 batu bata. Untuk memenuhi kebutuhannya, Toni memesan ke supplier. Supplier tersebut dapat memenuhi kebutuhan Toni dengan cara dua kali pengiriman yang banyaknya sama, dengan rata-rata berat sekali pengiriman adalah 2.000 kg dan standar deviasi 500.000 gr. Berapakah probabilitas berat pengiriman pertama akan berbeda antara 9 kg sampai 13 kg lebihnya dari pengiriman kedua ?

6. Sebuah perusahaan mebel memiliki dua departemen untuk melakukan proses produksi, yaitu departemen perakitan dan departemen penyelesaian. Diperkirakan kedua departemen tersebut selalu membuat kesalahan dalam melakukan pekerjaan mereka masing-masing sebesar 9% dan 6%. Manajemen perusahaan tersebut ingin menganalisa hal tersebut, maka terhadap kedua departemen tersebut diambil sampel masing-masing sebanyak 270 orang. Tentukan :
- Rata-rata beda dua proporsi sampel tersebut ?
 - Simpangan baku beda dua proporsi sampel tersebut ?
 - Probabilitas beda persentase kesalahan departemen perakitan kurang dari 2% lebihnya daripada departemen penyelesaian ?
 - Jumlah sampel yang diambil bila ternyata hasil pengamatan menunjukkan bahwa peluang kesalahan departemen perakitan minimal 4% daripada departemen penyelesaian adalah 0,4207 dimana jumlah sampel departemen perakitan dan departemen penyelesaian berjumlah sama ?
7. Sebuah survei diadakan terhadap pengunjung taman wisata. Untuk itu diambil dua contoh lokasi. Sampel pertama adalah pengunjung kebun binatang dengan rata-rata pengunjung 600 orang per hari dan simpangan baku 50 orang. Sampel kedua adalah pengunjung taman bunga dengan rata-rata pengunjung 590 orang per hari dan simpangan baku 75 orang. Untuk keperluan survei tersebut diambil random sampel sebanyak 100 orang pengunjung kebun binatang dan 130 orang pengunjung taman bunga. Tentukan probabilitas pengunjung kebun binatang dan pengunjung taman bunga akan berbeda paling sedikit 13 orang ?
8. Pada wilayah Cibiru diketahui rata-rata pengeluaran berbelanja ibu rumah tangga sebesar Rp60.000,00 per hari dengan simpangan baku Rp15.000,00. Sedangkan rata-rata pengeluaran berbelanja ibu rumah tangga pada wilayah Tanjung sari sebesar Rp55.000,00 per hari dengan simpangan baku Rp12.000,00. Berapa probabilitas bahwa semua sampel random 68 ibu rumah tangga di Cibiru mengeluarkan uang berbelanja sekurang-kurangnya Rp7.000,00 lebih banyak daripada pengeluaran rata-rata 79 ibu rumah tangga di Tanjung sari ?
9. Pemungutan suara di Fakultas Ekonomi dalam rangka pemilihan Presiden BEM yang diikuti oleh dua pasang kandidat menunjukkan hasil bahwa kandidat pertama memperoleh 380 suara dari 600 mahasiswa yang mengikuti pemilihan tersebut. Tentukan probabilitas jika dilakukan pemilihan ulang akan menghasilkan selisih perolehan suara kedua pasang kandidat tersebut antara 20% sampai 30% ?

10. Dari 300 hasil produksi kue di toko kue Selamat menghasilkan 95% hasil kue yang baik, sedangkan pada toko kue Enag menghasilkan 97% kue yang baik dari 260 kue. Hitunglah :
- a. Probabilitas jika kue gosong dari toko Selamat akan berbeda kurang dari 5% daripada kue gosong dari toko kue Enag ?
 - b. Probabilitas jika kue gosong dari kedua toko akan berbeda antara 2% sampai 4% ?

JAWABAN DISTRIBUSI SAMPLING SELISIH RATA-RATA DAN SELISIH PROPORSI

1. Given : $\mu_1 = 168$ $\sigma_1 = 6,2$ $n_1 = n_2 = 100$
 $\mu_2 = 156$ $\sigma_2 = 7,3$

Question : $P(\bar{x}_1 - \bar{x}_2 > 10)$

Answer : $\mu_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2} = \mu_1 - \mu_2$
 $= 168 - 156$
 $= 12$

$$\sigma_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2} = \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$$

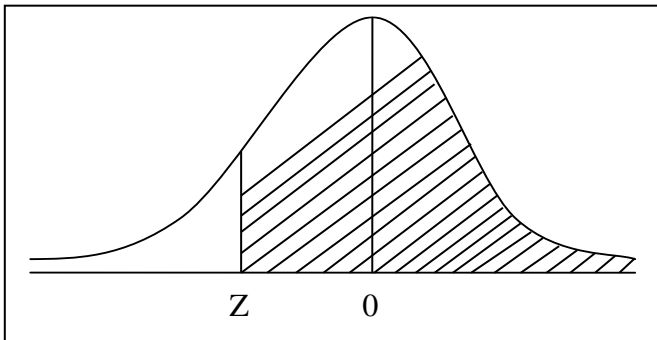
$$= \sqrt{\frac{6,2^2 + 7,3^2}{100}}$$

$$= 0,957757798$$

$$Z = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - \mu_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}}{\sigma_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}}$$

$$= \frac{10 - 12}{0,957757798}$$

$$= -2,09$$



Lihat tabel Z :

Luas sebelah kanan 0 : 0,5000

Luas Z - 0 : 0,4817 +

Luas sebelah kanan Z : 0,9817

Conclusion: so, the probability of the average of height the student man more than 10 cm than the average height of student woman is 0,9817 or 98,17 %.

2. Given : $\pi_1 = 10\% = 0,1$ $n_1 = 300$
 $\pi_2 = 5\% = 0,05$ $n_2 = 200$

Question : a. $P\left(\frac{x_1}{n_1} - \frac{x_2}{n_2} > 6\%\right)$
 b. $P\left(0,9\% < \frac{x_1}{n_1} - \frac{x_2}{n_2} < 7\%\right)$

Answer : a. $\mu_{\frac{x_1}{n_1} - \frac{x_2}{n_2}} = \pi_1 - \pi_2$
 $= 0,1 - 0,05$
 $= 0,05$

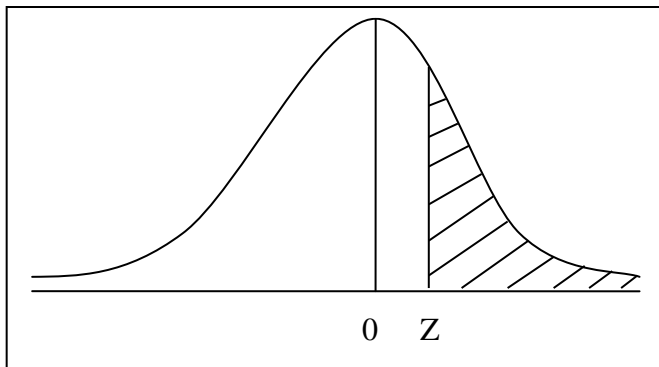
$$\sigma_{\frac{x_1}{n_1} - \frac{x_2}{n_2}} = \sqrt{\frac{\pi_1(1-\pi_1)}{n_1} + \frac{\pi_2(1-\pi_2)}{n_2}}$$

$$= \sqrt{\frac{(0,1)(0,9)}{300} + \frac{(0,05)(0,95)}{200}}$$

$$= 0,023184046$$

$$Z = \frac{\left(\frac{x_1}{n_1} - \frac{x_2}{n_2}\right) - \mu_{\frac{x_1}{n_1} - \frac{x_2}{n_2}}}{\sigma_{\frac{x_1}{n_1} - \frac{x_2}{n_2}}}$$

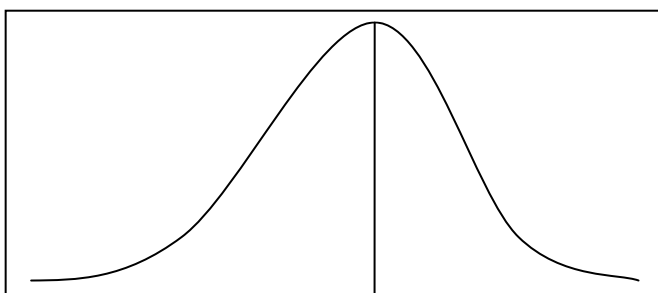
$$= \frac{0,06 - 0,05}{0,023184046} = 0,43$$



Lihat tabel Z :
 Luas sebelah kanan 0 : 0,5000
 Luas 0 - Z : 0,1664 -
 Luas sebelah kanan Z : 0,3336

Conclusion: So, the probability of the broken goods in the east storage minimal 6 % than the broken goods in the west storage is 0,3336 or 33,36%.

b. $Z = \frac{\left(\frac{x_1}{n_1} - \frac{x_2}{n_2}\right) - \mu_{\frac{x_1}{n_1} - \frac{x_2}{n_2}}}{\sigma_{\frac{x_1}{n_1} - \frac{x_2}{n_2}}}$
 $Z_1 = \frac{0,009 - 0,05}{0,023184046} = -1,77$
 $Z_2 = \frac{0,07 - 0,05}{0,023184046} = 0,86$



Lihat tabel Z :
 Luas $Z_1 - 0$: 0,4616
 Luas $0 - Z_2$: 0,3051 +
 Luas $Z_1 - Z_2$: 0,7667

Conclusion: So, the probability of the broken goods in the east storage is different between 0.9% until 7% more than from the west storage is 0,7667 or 76,67%.

3. Dik : $\pi_1 = \frac{565}{10.000} = 0,0565$ $n_1 = n_2 = 250$

$\pi_2 = \frac{370}{10.000} = 0,037$

Dit : $P\left(\frac{x_1}{n_1} - \frac{x_2}{n_2} > 3\%\right)$

Jwb : $\mu_{\frac{x_1}{n_1} - \frac{x_2}{n_2}} = \pi_1 - \pi_2$
 $= 0,0565 - 0,037$
 $= 0,0195$

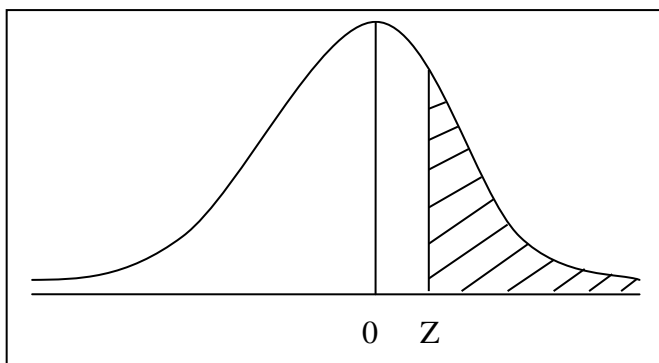
$$\sigma_{\frac{x_1}{n_1} - \frac{x_2}{n_2}} = \sqrt{\frac{\pi_1(1-\pi_1)}{n_1} + \frac{\pi_2(1-\pi_2)}{n_2}}$$

$$= \sqrt{\frac{(0,0565)(0,9435)}{250} + \frac{(0,037)(0,963)}{250}}$$

$$= 0,018861468$$

$$Z = \frac{\left(\frac{x_1}{n_1} - \frac{x_2}{n_2}\right) - \mu_{\frac{x_1}{n_1} - \frac{x_2}{n_2}}}{\sigma_{\frac{x_1}{n_1} - \frac{x_2}{n_2}}}$$

$$= \frac{0,03 - 0,0195}{0,018861468} = 0,56$$



Lihat tabel Z :
 Luas sebelah kanan 0 : 0,5000
 Luas 0 – Z : 0,2123 -
 Luas sebelah kanan Z : 0,2877

Kesimpulan : Jadi, probabilitas beda persentase produksi lampu yang rusak pada tahun lalu berbeda minimal 3% lebihnya dari produksi lampu yang rusak pada tahun ini adalah sebesar 0,2877 atau 28,77%.

4. Given : $\mu_1 = 70.000$ $\sigma_1 = 2.000$ $n_1 = 100$
 : $\mu_2 = 55.000$ $\sigma_2 = 7.000$ $n_2 = 125$

Question : $P(\bar{x}_1 - \bar{x}_2 < 14.000)$

Answer : $\mu_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2} = \mu_1 - \mu_2$
 = $70.000 - 55.000$
 = 15.000

$$\sigma_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2} = \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$$

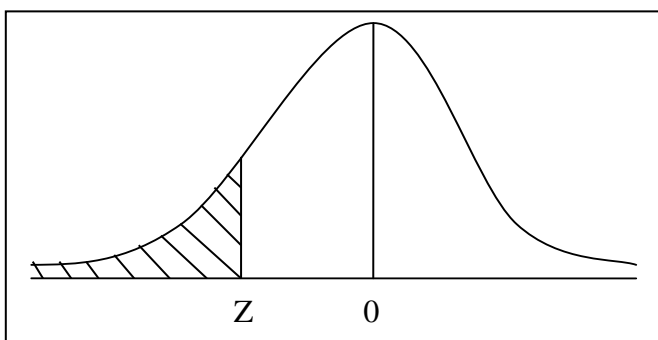
$$= \sqrt{\frac{2.000^2}{100} + \frac{7.000^2}{125}}$$

$$= 657,267069$$

$$Z = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - \mu_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}}{\sigma_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}}$$

$$= \frac{14.000 - 15.000}{657,267069}$$

$$= -1,52$$



Lihat tabel Z :	
Luas sebelah kiri 0	: 0,5000
Luas Z - 0	: <u>0,4357</u> -
Luas sebelah kiri Z	: 0,0643

Conclusion : So, the probability that the average lifetime of the Monroe refrigerator maximal 14.000 hours than Nando refrigerator is 0,0643 or 6,43 %.

5. Dik : $\mu_1 = \mu_2 = 2.000 \text{ kg}$
 $\sigma_1 = \sigma_2 = 500.000 \text{ gr} = 500 \text{ kg}$
 $n_1 = n_2 = 25.000$

Dit : $P(9 < \bar{x}_1 - \bar{x}_2 < 13)$

Jwb : $\mu_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2} = \mu_1 - \mu_2$
 $= 2.000 - 2.000$
 $= 0$

$$\sigma_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2} = \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$$

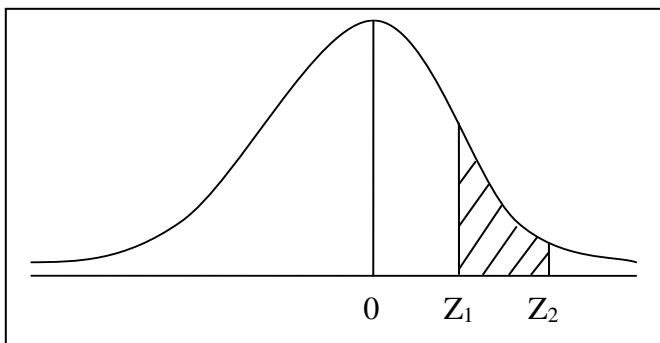
$$= \sqrt{\frac{500^2}{25.000} + \frac{500^2}{25.000}}$$

$$= 4,472135955$$

$$Z = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - \mu_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}}{\sigma_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}}$$

$$Z_1 = \frac{9-0}{4,472135955} = 2,01$$

$$Z_2 = \frac{13-0}{4,472135955} = 2,91$$



Lihat tabel Z :	
Luas 0 – Z ₂	: 0,4982
Luas 0 – Z ₁	: <u>0,4778</u> -
Luas Z ₁ – Z ₂	: 0,0204

Kesimpulan : Jadi, probabilitas bahwa berat pengiriman pertama akan berbeda antara 9 kg sampai 13 kg lebihnya dari pengiriman kedua adalah sebesar 0,0204 atau 2,04 %.

6. Dik : $\pi_1 = 9\% = 0,09$ $n_1 = n_2 = 270$
 $\pi_2 = 6\% = 0,06$

Dit : a. $\mu_{\frac{x_1}{n_1} - \frac{x_2}{n_2}}$

b. $\sigma_{\frac{x_1}{n_1} - \frac{x_2}{n_2}}$

c. $P\left(\frac{x_1}{n_1} - \frac{x_2}{n_2} < 2\%\right)$

d. nilai n ,bila $P\left(\frac{x_1}{n_1} - \frac{x_2}{n_2} \geq 4\%\right) = 0,4207$

Jwb : a. $\mu_{\frac{x_1}{n_1} - \frac{x_2}{n_2}} = \pi_1 - \pi_2$
 $= 0,09 - 0,06$
 $= 0,03$

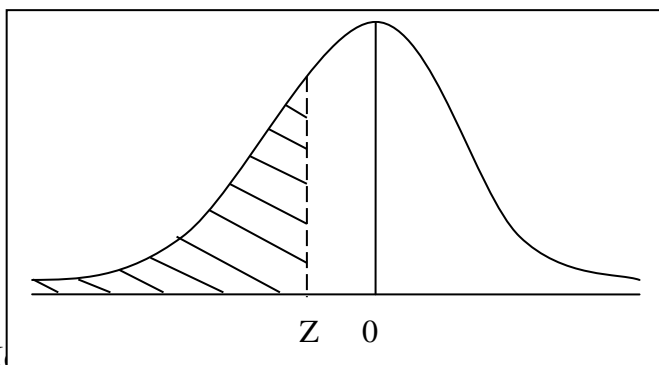
$$b. \sigma_{\frac{x_1}{n_1} - \frac{x_2}{n_2}} = \sqrt{\frac{\pi_1(1-\pi_1)}{n_1} + \frac{\pi_2(1-\pi_2)}{n_2}}$$

$$= \sqrt{\frac{(0,09)(0,91)}{270} + \frac{(0,06)(0,94)}{270}}$$

$$= 0,022632326$$

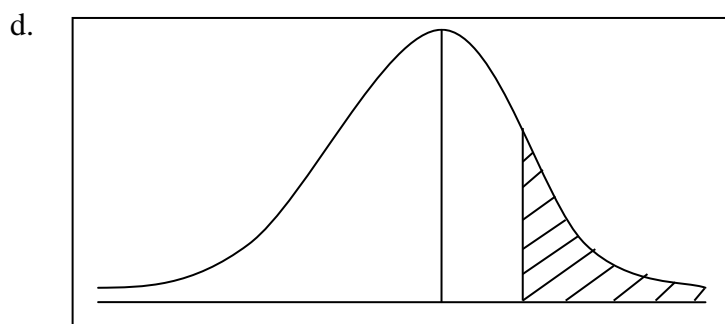
$$c. Z = \frac{\left(\frac{x_1}{n_1} - \frac{x_2}{n_2}\right) - \mu_{\frac{x_1}{n_1} - \frac{x_2}{n_2}}}{\sigma_{\frac{x_1}{n_1} - \frac{x_2}{n_2}}}$$

$$= \frac{0,02 - 0,03}{0,022632326} = -0,44$$



Lihat tabel Z :	
Luas sebelah kiri 0	: 0,5000
Luas Z - 0	: <u>0,1700</u> -
Luas sebelah kiri Z	: 0,3300

K... lahan departemen perakitan kurang dari 2% lebihnya daripada departemen penyelesaian adalah sebesar 0,3300 atau 33,00%.



Lihat tabel Z :	
Luas sebelah kanan 0	: 0,5000
Luas 0 - Z	: <u>0,4207</u> -
Luas sebelah kiri Z	: 0,0793

$$Z = \frac{\left(\frac{x_1}{n_1} - \frac{x_2}{n_2}\right) - \mu_{\frac{x_1}{n_1} - \frac{x_2}{n_2}}}{\sigma_{\frac{x_1}{n_1} - \frac{x_2}{n_2}}}$$

$$0,20 = \frac{0,04 - 0,03}{\sigma_{\frac{x_1}{n_1} - \frac{x_2}{n_2}}}$$

$$\sigma_{\frac{x_1}{n_1} - \frac{x_2}{n_2}} = 0,05$$

$$\sigma_{\frac{x_1}{n_1} - \frac{x_2}{n_2}} = \sqrt{\frac{\pi_1(1-\pi_1)}{n_1} + \frac{\pi_2(1-\pi_2)}{n_2}}$$

$$0,05 = \sqrt{\frac{(0,09)(0,91)}{n} + \frac{(0,06)(0,94)}{n}}$$

$$0,0025 = \frac{0,0819}{n} + \frac{0,0564}{n}$$

$$n = 55,32 \approx 56 \text{ orang}$$

Kesimpulan : Jadi, Jumlah sampel yang diambil bila ternyata hasil pengamatan menunjukkan bahwa peluang kesalahan departemen perakitan minimal 4% daripada departemen penyelesaian adalah 0,4207 dimana jumlah sampel departemen perakitan dan departemen penyelesaian berjumlah sama adalah sebanyak 56 orang.

7. Dik : $\mu_1 = 600$ $\sigma_1 = 50$ $n_1 = 100$

$\mu_2 = 590$ $\sigma_2 = 75$ $n_2 = 130$

Dit : $P(|\bar{x}_1 - \bar{x}_2| \geq 13)$ atau $P(-13 \geq \bar{x}_1 - \bar{x}_2 \geq 13)$

Jwb : $\mu_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2} = \mu_1 - \mu_2$

$$= 600 - 590$$

$$= 10$$

$$\sigma_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2} = \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$$

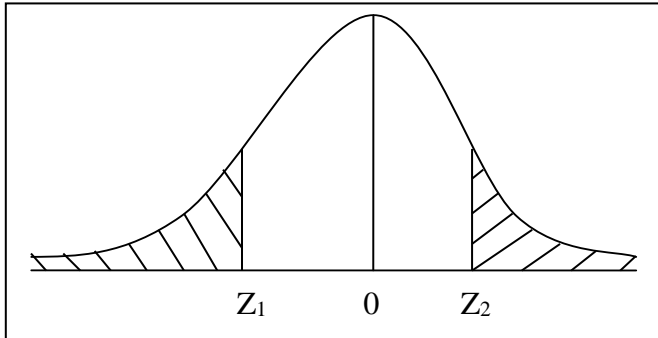
$$= \sqrt{\frac{50^2}{100} + \frac{75^2}{130}}$$

$$= 8,262519638$$

$$Z = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - \mu_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}}{\sigma_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}}$$

$$Z_1 = \frac{-13 - 10}{8,262519638} = -2,78$$

$$Z_2 = \frac{13 - 10}{8,262519638} = 0,36$$



Lihat tabel Z :

Luas sebelah kanan 0 : 0,5000

Luas 0 – Z₂ : 0,1406 -

Luas sebelah kanan Z₂: 0,3594

Lihat tabel Z :

Luas sebelah kiri 0 : 0,5000

Luas Z₁ – 0 : 0,4973 -

Luas sebelah kiri Z₁ : 0,0027

Kesimpulan :

- Jadi, probabilitas bahwa pengunjung kebun binatang akan lebih besar dari pengunjung taman bunga dengan perbedaan paling sedikit 13 orang adalah sebesar 0,3594 atau 35,94%.
- Jadi, probabilitas bahwa pengunjung kebun binatang akan lebih kecil dari pengunjung taman bunga dengan perbedaan paling sedikit 13 orang adalah sebesar 0,0027 atau 0,27%.

8. Dik : $\mu_1 = 60.000$ $\sigma_1 = 15.000$ $n_1 = 68$

$\mu_2 = 55.000$ $\sigma_2 = 12.000$ $n_2 = 79$

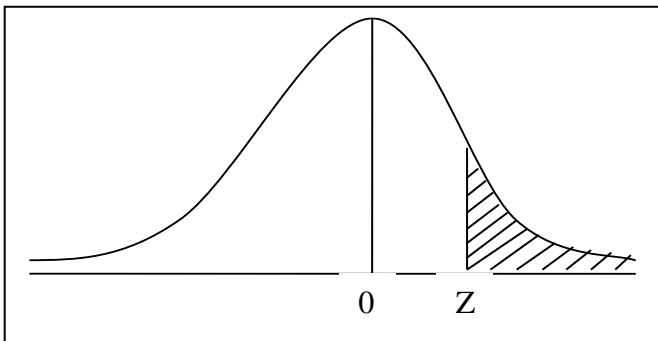
Dit : $P(\bar{x}_1 - \bar{x}_2 \geq Rp7.000,00)$

Jwb : $\mu_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2} = \mu_1 - \mu_2$

$$= 60.000 - 55.000$$

$$= Rp5.000,00$$

$$\begin{aligned} \sigma_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2} &= \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} \\ &= \sqrt{\frac{15.000^2}{68} + \frac{12.000^2}{79}} \\ &= \text{Rp}2.265,305352 \\ Z &= \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - \mu_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}}{\sigma_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}} \\ &= \frac{7.000 - 5.000}{2.265,305352} \\ &= 0,88 \end{aligned}$$



Lihat tabel Z :	
Luas sebelah kanan 0	: 0,5000
Luas 0 - Z	: <u>0,3106</u> -
Luas sebelah kanan Z	: 0,1894

Kesimpulan : Jadi, probabilitas bahwa ibu rumah tangga di Cibiru mengeluarkan uang berbelanja sekurang-kurangnya Rp7.000,00 lebih banyak daripada pengeluaran ibu rumah tangga di Tanjung sari adalah sebesar 0,1894 atau 18,94%.

9. Dik : $\pi_1 = \frac{380}{600} = 0,63$ $n_1 = n_2 = 600$

$\pi_2 = \frac{600 - 380}{600} = 0,37$

Dit : $P\left(20\% < \frac{x_1}{n_1} - \frac{x_2}{n_2} < 30\%\right)$

Jwb : $\mu_{\frac{x_1}{n_1} - \frac{x_2}{n_2}} = \pi_1 - \pi_2$
 $= 0,63 - 0,37$
 $= 0,26$

$$\sigma_{\frac{x_1}{n_1} - \frac{x_2}{n_2}} = \sqrt{\frac{\pi_1(1-\pi_1)}{n_1} + \frac{\pi_2(1-\pi_2)}{n_2}}$$

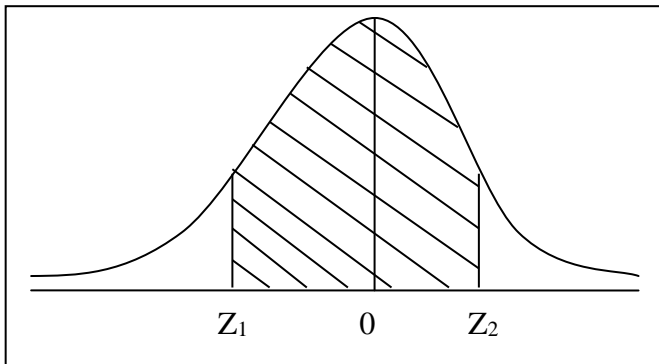
$$= \sqrt{\frac{(0,63)(0,37)}{600} + \frac{(0,37)(0,63)}{600}}$$

$$= 0,027874719$$

$$Z = \frac{\left(\frac{x_1}{n_1} - \frac{x_2}{n_2}\right) - \mu_{\frac{x_1}{n_1} - \frac{x_2}{n_2}}}{\sigma_{\frac{x_1}{n_1} - \frac{x_2}{n_2}}}$$

$$Z_1 = \frac{0,2 - 0,26}{0,027874719} = -2,15$$

$$Z_2 = \frac{0,03 - 0,26}{0,027874719} = 1,43$$



Lihat tabel Z :	
Luas $Z_1 - 0$: 0,4842
Luas $0 - Z_2$: <u>0,4236</u>
Luas $Z_1 - Z_2$: 0,9078

Kesimpulan : Jadi, probabilitas jika dilakukan pemilihan ulang akan menghasilkan selisih perolehan suara kedua pasang kandidat tersebut antara 20% sampai 30% adalah sebesar 0,9078 atau 90,78%.

10. Dik : $\pi_1 = 100\% - 95\% = 5\%$ $n_1 = 300$
 $\pi_2 = 100\% - 97\% = 3\%$ $n_2 = 260$

Dit : a. $P\left(\frac{x_1}{n_1} - \frac{x_2}{n_2} < 5\%\right)$
 b. $P\left(2\% < \frac{x_1}{n_1} - \frac{x_2}{n_2} < 4\%\right)$

Jwb : a. $\mu_{\frac{x_1}{n_1} - \frac{x_2}{n_2}} = \pi_1 - \pi_2$
 $= 0,05 - 0,03$
 $= 0,02$

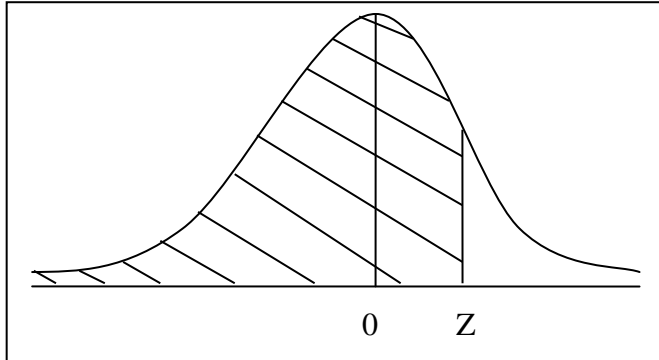
$$\sigma_{\frac{x_1}{n_1} - \frac{x_2}{n_2}} = \sqrt{\frac{\pi_1(1-\pi_1)}{n_1} + \frac{\pi_2(1-\pi_2)}{n_2}}$$

$$= \sqrt{\frac{(0,05)(0,95)}{300} + \frac{(0,03)(0,97)}{260}}$$

$$= 0,016439477$$

$$Z = \frac{\left(\frac{x_1}{n_1} - \frac{x_2}{n_2}\right) - \mu_{\frac{x_1}{n_1} - \frac{x_2}{n_2}}}{\frac{\sigma_{\frac{x_1}{n_1} - \frac{x_2}{n_2}}}{\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}}$$

$$= \frac{0,05 - 0,02}{0,016439477} = 1,82$$



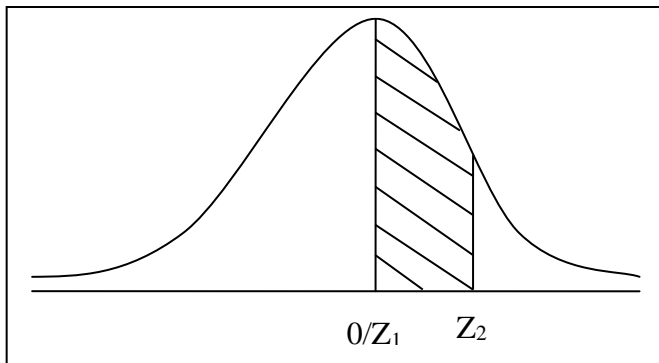
Lihat tabel Z :	
Luas sebelah kiri 0	: 0,5000
Luas 0 – Z	: <u>0,4656</u>
Luas sebelah kiri Z	: 0,9656

Kesimpulan : Jadi, probabilitas kue gosong dari toko Selamat akan berbeda kurang dari 5% daripada kue gosong dari toko kue Enag adalah sebesar 0,9656 or 96,56%.

b. $Z = \frac{\left(\frac{x_1}{n_1} - \frac{x_2}{n_2}\right) - \mu_{\frac{x_1}{n_1} - \frac{x_2}{n_2}}}{\frac{\sigma_{\frac{x_1}{n_1} - \frac{x_2}{n_2}}}{\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}}$

$$Z_1 = \frac{0,02 - 0,02}{0,016439477} = 0$$

$$Z_2 = \frac{0,04 - 0,02}{0,016439477} = 1,22$$



Lihat tabel Z :	
Luas 0/Z ₁ – Z ₂	: 0,3888

Kesimpulan : Jadi, Probabilitas kue gosong dari kedua toko akan berbeda antara 2% sampai 4% adalah sebesar 0,3888 or 38,88%.

PENAKSIRAN RATA-RATA DAN PROPORSI

Penaksiran adalah seluruh proses dengan menggunakan statistik sampel untuk menduga parameter yang tidak diketahui. (Statistika untuk Ekonomi dan Keuangan Modern, Suharyadi)

Sifat-sifat penduga / penaksir :

- Tidak bias
Penduga dikatakan tidak bias jika di dalam sampel random yang berasal dari populasi, *expected value* dari statistik sampel sama dengan parameter populasi.
- Efisien
Penduga yang efisien adalah penduga yang tak bias dan memiliki varians minimum dari penduga-penduga lainnya.
- Konsisten
Dikatakan konsisten apabila nilai dugaan semakin mendekati nilai sebenarnya dengan semakin bertambahnya jumlah sampel (n).

Menaksir / menduga dapat dilakukan dengan ;

1. Pendugaan titik (*point estimator*) : pendugaan yang terdiri dari satu nilai saja yang digunakan untuk menduga parameter.
2. Pendugaan Interval (*interval estimator*) : menunjukkan pada interval berapa suatu parameter populasi akan berada.

Ketika menggunakan *interval estimator*, ada beberapa hal yang harus diperhatikan, yaitu Tingkat Keyakinan dan Tingkat Signifikansi.

Tingkat keyakinan ($1-\alpha$) adalah luas daerah di bawah kurva merupakan tempat kedudukan titik-titik yang menunjukkan nilai taksiran parameter populasi berdasarkan statistik sampelnya yang masih dapat diyakini kebenarannya.

Tingkat Signifikansi (α) adalah luas daerah di bawah kurva yang merupakan tempat kedudukan titik-titik yang menunjukkan nilai taksiran parameter populasi berdasarkan statistik sampelnya yang tidak dapat diyakini kebenarannya.

Standar Error of Estimate adalah suatu bilangan yang menunjukkan selisih antara nilai statistik sampel dengan parameter populasi.

Memilih ukuran sampel

Ada tiga faktor yang harus diperhatikan untuk memilih sampel yang baik, yaitu :

- a. Tingkat keyakinan yang dipilih. Semakin tinggi tingkat keyakinan, maka dibutuhkan jumlah sampel yang semakin besar.
- b. Kesalahan maksimum yang diperbolehkan. Semakin baik hasil penelitian adalah yang memiliki kesalahan minimum.
- c. Variasi dari populasi. Variasi populasi diukur dari standar deviasinya, semakin kecil standar deviasi biasanya dibutuhkan ukuran sampel yang semakin besar.

Rumus jumlah sampel untuk nilai rata-rata :

$$n = [(Z_{\alpha/2} \cdot \sigma) \varepsilon]^2$$

Rumus jumlah sampel untuk nilai proporsi :

$$n = \frac{\left(\frac{Z_{\alpha}}{2}\right)^2 p(1-p)}{\varepsilon^2} + 1 \quad \text{atau}$$

$$n = (0,25)\left(\frac{Z_{\alpha}}{2}\right)^2 \cdot \text{jika nilai } p \text{ dan } P \text{ tidak diketahui.}$$

Macam-macam Penaksiran/ Pendugaan

1. Penaksiran Rata-rata
2. Penaksiran Proporsi

3. Penaksiran selisih rata-rata
4. Penaksiran selisih proporsi

1. Penaksiran Rata-rata

Rata-rata populasi ditaksir oleh rata-rata sampelnya, dimana simpangan baku populasi (σ) diketahui dan populasinya berdistribusi normal.

Beberapa rumus untuk penaksiran interval rata-rata adalah :

- $\bar{X} - Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{X} + Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

Rumus ini berlaku untuk sampel besar ($n \geq 30$) dari populasi yang tak terbatas dan ($\frac{n}{N} \leq 0.05$) **tidak menggunakan faktor koreksi.**

- $\bar{X} - Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{N-n}{N-1}} < \mu < \bar{X} + Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$

Rumus ini berlaku untuk sampel besar ($n \geq 30$) dari populasi terbatas dan ($\frac{n}{N} > 0.05$) **menggunakan faktor koreksi.**

- $\bar{X} - t_{\alpha/2} \frac{s}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{X} + t_{\alpha/2} \frac{s}{\sqrt{n}}$

Rumus ini berlaku untuk sampel kecil ($n < 30$) dan simpangan baku populasi (σ) tidak diketahui, sehingga dipakai s (simpangan baku dari sampel) dalam perhitungannya.

Contoh soal

Rata-rata ukuran diameter dari 200 bola-bola yang terdapat dalam sebuah kotak adalah 0.824 cm, dan standar deviasi 0.042 cm. Carilah batas-batas taksiran rata-rata dari diameter semua bola dengan tingkat keyakinan 99% !

Jawab

Diketahui :

$$N = 200$$

$$\bar{X} = 0.824$$

$$\sigma = 0.042$$

$$CL = 99\%, \quad Z_{\alpha/2} = 2.575 \text{ (lih. Table Z)}$$

$$0.824 - 2.575 \frac{0.042}{\sqrt{200}} < \mu < 0.824 + 2.575 \frac{0.042}{\sqrt{200}}$$

$$0.816 < \mu < 0.832$$

Jadi, dengan tingkat signifikansi 1%, batas taksiran untuk rata-rata ukuran diameter 200 bola tersebut adalah antara 0.816 dan 0.832.

(Statistika, Murray R. Spiegel)

Dengan Minitab

- Klik **stat**, **basic stat**, **1- sample Z** (karena sampel ≥ 30)
- Pilih **summarized data**, isi dengan **mean**, **sample size**, dan **standard deviation** sesuai soal
- Klik **option**, dan isi **confidence level** sesuai soal (95%) dan pilih **alternative not equal**
- Klik **OK**
- Hasilnya :

N	Mean	SE Mean	99% CI
200	0.824000	0.002970	(0.816350, 0.831650)

2. Penaksiran Proporsi

Kata proporsi menunjukkan presentase dari suatu bagian atau unsur dari suatu bagian. Proporsi memiliki distribusi sampling yang bersifat normal, dan nilai rata-rata distribusi

proporsi sampel merupakan penduga tidak bias bagi proporsi populasi. (Statistika untuk Ekonomi dan Keuangan Modern, Suharyadi)

Rumus Penaksiran Proporsi

$$p - Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} < \pi < p + Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$$

Standar deviasi proporsi untuk populasi tidak terbatas ($n/N \leq 0,05$)

$$S_p = \sqrt{\frac{p(1-p)}{n-1}}$$

*untuk populasi terbatas ($n/N > 0,05$), gunakan juga faktor koreksi.

*dimana $p = \frac{x}{n}$

Contoh soal

Untuk meningkatkan pelayanan kepada konsumen, PT. Telkom Tbk melakukan survei kepuasan di wilayah Jabodetabek. Dari 3000 pelanggan pada bulan April 2011, ternyata 2.100 pelanggan menyatakan puas dan sisanya kurang puas. Buatlah interval keyakinan tentang kepuasan konsumen dengan menggunakan tingkat keyakinan 95% !

Jawab

Diketahui :

$$p = 2.100/3.000 = 0.7 \quad 1-p = 0.3$$

$$S_p = \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} = \sqrt{\frac{0.7(0.3)}{3000}} = 0.0084$$

$$CI = 95\% \quad Z_{\alpha/2} = 1.96$$

$$0.7 - 1.96 \sqrt{\frac{0.7(0.3)}{3000}} < \pi < 0.7 + 1.96 \sqrt{\frac{0.7(0.3)}{3000}}$$

$$0.6836 < \pi < 0.7165$$

Jadi, interval keyakinan tentang kepuasan konsumen dengan menggunakan tingkat signifikansi 5% adalah antara 0.6835 sampai 0.7165.

Dengan Minitab

- Klik **stat, basic stat, 1- proportion**

- Pilih **summarized data**, isi dengan **number of trials** dan **number of events** sesuai soal
- Klik **option**, dan isi **confidence level** sesuai soal (95%) dan pilih **alternative not equal**
- Klik **OK**
- Hasil:

Sample	X	N	Sample p	95% CI
1	2100	3000	0.700000	(0.683246, 0.716363)

SOAL PENAKSIRAN RATA-RATA DAN PROPORSI

1. Pola konsumsi seseorang sangat dipengaruhi oleh jumlah pendapatannya. Seorang mahasiswa mencoba mengetahui berapa rata-rata pengeluaran untuk susu dan roti pada kalangan masyarakat berpendapatan diatas Rp. 5 juta/bulan. Sebagai sampel diambil 200 orang yang tersebar di perumahan elite di Jakarta. Hasil penelitian menunjukkan bahwa rata-rata pengeluaran untuk susu dan roti adalah Rp. 800 ribu perbulan dengan simpangan baku Rp. 120 ribu. Dengan data tersebut buatlah interval taksiran rata-rata untuk pengeluaran susu dan roti dengan confidence level 95%!
2. Bank Sunshine mengeluarkan fasilitas baru untuk memudahkan konsumen dalam transaksi keuangan. Fasilitas baru tersebut adalah kartu debit tanpa password yang dapat digunakan di banyak tempat belanja ternama di Indonesia maupun Dunia. Survey dilakukan pada januari 2011 terhadap 1.500 *prime customer* Bank Sunshine. Mereka diberikan pilihan untuk menggunakan atau tidak. Ternyata hasil survey menunjukkan bahwa 600 orang setuju dan sisanya tidak. Dengan tingkat kepercayaan 99%, tentukan interval taksiran untuk proporsi pelanggan yang setuju dengan penggunaan kartu debit tersebut!
3. PT. Panasonic menghasilkan produk TV baru berupa layar datar yang dilengkapi berbagai fasilitas seperti *home theater* pada akhir 2010. Untuk mencoba apakah produk ini disukai atau tidak, PT. Panasonic akan melakukan survey di beberapa kota besar di Indonesia. Apabila dengan tingkat keyakinan 95% dan kesalahan penarikan sampel diharapkan hanya 3%, berapa jumlah sampel yang harus diwawancarai?

4. Departemen Koperasi dan UKM ingin mengetahui pendapatan rata-rata dari UKM di Jawa Timur tahun 2010. Dari total 660 UKM di bawah bimbingan departemen tersebut, diambil 120 UKM sebagai sampel. Rata-rata pendapatan ternyata meningkat perbulannya hingga menjadi 2,1 juta dengan deviasi 0,8 juta. Dengan tingkat keyakinan 99%, buatlah interval taksiran rata-rata kenaikan pendapatan UKM di Jawa Timur!
5. Baru-baru ini Dubberware masuk ke dalam 20 Top Brands Innovation. Tapi hal ini tidak membuat Dubberware puas dan terus melakukan *continous improvement*. Untuk sebuah produk baru perusahaan ingin mengetahui apakah konsumen menyukai model Dubberware tersebut atau tidak. Dari 400 pelanggan diambil 15 sampel dan ternyata 60% dari sampel menyukai produk tersebut. Buatlah interval taksiran tentang kesukaan pelanggan dengan menggunakan *confidence level 95%*!
6. PT. KPBS telah mendapatkan ISO140000 untuk pengendalian mutu produk susunya. Berdasarkan pengalaman, proporsi susu rusak sebesar 8%, kemudian manajemen memutuskan bahwa kesalahan yang ditoleransi adalah 2%. Dengan tingkat kepercayaan 95%, berapa sampel susu yang harus diambil agar mutu susu terbukti tetap terjaga dengan baik?
7. The administrator of a physical therapy facility has found that postoperative performance scores on a knee flexibility test have tended to follow a normal distribution with a standard deviation of 4. For a simple random sample of ten patients who have recently had knee surgery, the scores are follows : 101, 92, 94, 88, 52, 93, 76, 84, 72, and 98. Construct and interpret the 90% confidence interval for the population mean!
8. A consumer magazine has contacted a simple random sample of 33 owners of a certain model of automobile and asked each owner how many defects had to be corrected within the first 2 months of ownership. The average number of defects was $\bar{x} = 3,7$, with standard deviation of 1,8 defects. Use the z distribution to construct a 95% confidence interval for μ = the average number of defects for this model!

9. A study by the society of Human Resource Management found 23% of U.S. business executive surveyed believe that an employer has no right to read employees' e-mail. Assuming that the survey included a simple random sample of 1200 executives, construct a 90% confidence interval for π = the population proportion of U.S. business executives who believe that employers have no right to read employees' e-mail.
10. Dirjen pajak ingin mengetahui berapa interval dari beban pajak setiap rumah tangga. Untuk kepentingan tersebut diambil sampel 25 orang dari 500 orang yang membayar pajak pada tanggal 13 April 2011. Dari sampel diketahui bahwa rata-rata pajak yang dibayar adalah 2,4 juta dengan deviasi 0,46 juta. Dengan tingkat kepercayaan 98%, buatlah interval pembayaran pajak tersebut!

JAWABAN SOAL PENAKSIRAN RATA-RATA DAN PROPORSI

1. Diketahui :

$$n = 200 \qquad \bar{x} = 800 \qquad s_x = 120 \qquad CL = 95\%$$

Jawab

$$Z_{\alpha/2} = 0,95/2 = 0,4750 \text{ (lih. Table Z)} = 1,96$$

$$\bar{X} - Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{X} + Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$800 - 1,96 \frac{120}{\sqrt{200}} < \mu < 800 + 1,96 \frac{120}{\sqrt{200}} = 783,36 < \mu < 816,64$$

Jadi, dengan tingkat signifikansi 5% nilai rata-rata pengeluaran untuk susu dan roti berada pada interval Rp. 783.360 ribu dan Rp. 816.640.

Dengan Minitab

- Klik stat, basic stat, 1- sample Z (karena sampel ≥ 30)
- Pilih summarized data, isi dengan mean, sample size, dan standard deviation sesuai soal
- Klik option, dan isi confidence level sesuai soal (95%) dan pilih alternative not equal
- Klik OK
- Hasilnya :

N	Mean	SE Mean	95% CI
200	800.000	8.485	(783.369, 816.631)

2. Diketahui :

$$n = 1500 \quad x = 600 \quad p = 600/1500 = 0,4 \quad 1-p = 0,6 \quad CL = 99\%$$

Jawab

$$Z_{\alpha/2} = 0,99/2 = 0,4950 \text{ (lih. Table Z)} = 2,58$$

$$p - Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} < \pi < p + Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$$

$$0,4 - 2,58 \sqrt{\frac{0,4(0,6)}{1500}} < \pi < 0,4 + 2,58 \sqrt{\frac{0,4(0,6)}{1500}} = 0,37 < P < 0,43$$

Jadi, interval taksiran proporsi pelanggan yang setuju dengan penggunaan kartu debit tanpa password tersebut adalah antara 37% sampai 43%.

Dengan Minitab

- Klik stat, basic stat, 1- proportion
- Klik summarized data, isi number of trials 1500 dan number of event 600
- Klik option, isi confidence level 99%, test proportion 0,5 dan alternative not equal. Beri tanda checklist pada use test and interval based on normal distribution (karena ≥ 30)
- Klik OK
- Hasilnya :

Test and CI for One Proportion

Sample	X	N	Sample p	99% CI	Z-Value	P-Value
1	600	1500	0.400000	(0.367418, 0.432582)	-7.75	0.000

3. Diketahui :

$$CL = 95\% \quad \epsilon = 3\% \quad * \text{ nilai p tidak diketahui}$$

Jawab

$$Z_{\alpha/2} = 0,95/2 = 0,4750 = 1,96$$

$$n = (0,25)(1,96/0,03)^2 = 1.067,1$$

Jadi, jumlah sampel yang harus diwawancarai jika diharapkan tingkat kesalahan hanya 3% adalah 1.067 orang.

4. Diketahui :

$$N = 660 \quad n = 120 \quad n/N = 120/660 = 0,18 > 0,05 \text{ (menggunakan faktor koreksi)} \\ \bar{x} = 2,1 \quad s_x = 0,8$$

Jawab

$$Z_{\alpha/2} = 0,99/2 = 0,4950 \text{ (lih. Table Z)} = 2,58$$

$$\bar{X} - Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{N-n}{N-1}} < \mu < \bar{X} + Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$$

$$2,1 - 2,58 \frac{0,8}{\sqrt{120}} \sqrt{\frac{660-120}{660-1}} < \mu < 2,1 + 2,58 \frac{0,8}{\sqrt{120}} \sqrt{\frac{660-120}{660-1}}$$

$$1,93 < \mu < 2,27$$

Jadi, dengan tingkat signifikansi 5%, rata-rata kenaikan pendapatan UKM di Jawa Timur berkisar antara 1,93 juta sampai 2,27 juta.

5. Diketahui :

$$N = 400 \quad n = 15 \quad p = 0,6 \quad n/N = 0,0375 < 0,05, \text{ tidak menggunakan faktor koreksi}$$

Jawab

$$Z_{\alpha/2} = 0,95/2 = 0,4750 \text{ (lih. Table Z)} = 1,96$$

$$p - Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} < \pi < p + Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$$

$$0,6 - 1,96 \sqrt{\frac{0,6(0,4)}{15}} < \pi < 0,6 + 1,96 \sqrt{\frac{0,6(0,4)}{15}}$$

$$0,35 < \pi < 0,85$$

Jadi, dengan tingkat signifikansi 5% interval taksiran tentang kesukaan pelanggan terhadap model Dubberware yang baru adalah antara 35% sampai 85%.

6. Diketahui :

$$p = 0,08 \quad \varepsilon = 0,02 \quad CL = 95\%$$

Jawab

$$Z_{\alpha/2} = 0,95/2 = 0,4750 \text{ (lih. Table Z)} = 1,96$$

$$n = \frac{\left(\frac{Z_{\alpha}}{2}\right)^2 p(1-p)}{\varepsilon^2} + 1$$

$$n = \frac{(1,96)^2 0,08(0,92)}{0,02^2} + 1 = 707,85$$

Jadi, sampel yang harus diambil dengan tingkat kesalahan yang diinginkan hanya 2% agar terbukti mutu susu terjaga dengan baik adalah 708 buah.

7. Given :

$$n = 10 \quad s_x = 4 \quad \bar{x} = 85 \quad CL = 90\% \quad df = n-1 = 9$$

Jawab

$$t_{\alpha/2} = 0,90, df = 9 \text{ (lih. Table t)} = 2,262$$

$$\bar{X} - t_{\alpha/2} \frac{s}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{X} + t_{\alpha/2} \frac{s}{\sqrt{n}}$$

$$85 - 2,262 \frac{4}{\sqrt{10}} < \mu < 85 + 2,262 \frac{4}{\sqrt{10}}$$

$$82,14 < \mu < 87,86$$

So, with the significance level 10%, confidence interval for postoperative performance scores on a knee flexibility test is 82,14 to 87,86.

Dengan Minitab

- Klik stat, basic stat, 1- sampel t (karena data < 30)
- Klik summarized data, isi mean, sample size, dan standard deviation sesuai dengan soal
- Klik option, isi confidence level 90.0 dan pilih alternative not equal
- Klik OK
- Hasilnya :

One-Sample T

N	Mean	StDev	SE Mean	90% CI
10	85.0000	4.0000	1.2649	(82.6813, 87.3187)

8. Given :

$$n = 33 \quad \bar{x} = 3,7 \quad s_x = 1,8 \quad CL = 95\%$$

Jawab

$$Z_{\alpha/2} = 0,95/2 = 0,4750 \text{ (lih. Table Z)} = 1,96$$

$$\bar{X} - Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{X} + Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$3,7 - 1,96 \frac{1,8}{\sqrt{33}} < \mu < 3,7 + 1,96 \frac{1,8}{\sqrt{33}} = 3,086 < \mu < 4,314$$

So, with the significance level 5%, confidence interval for the average number of defects for this model is 3,086 to 4,314.

9. Given :

$$n = 1200 \quad p = 0,23 \quad 1-p = 0,77 \quad CL = 0,90$$

Jawab

$$Z_{\alpha/2} = 0,90/2 = 0,45 \text{ (lih. Table Z)} = 1,65$$

$$p - Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} < \pi < p + Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$$

$$0,23 - 1,65 \sqrt{\frac{0,23(0,77)}{1200}} < \pi < 0,23 + 1,65 \sqrt{\frac{0,23(0,77)}{1200}}$$

$$0,21 < \pi < 0,25$$

So, with the significance level 90%, confidence interval for the population proportion of U.S. business executives who believe that employers have no right to read employees' e-mail is 21% to 25%.

10. Diketahui :

$$N = 500 \quad n = 25 \quad \bar{x} = 2,4 \quad s_{\alpha/2} = 0,46 \quad CL = 98\%$$

$$n/N = 25/500 = 0,05 \text{ (tidak menggunakan factor koreksi)}$$

Jawab

$$Z_{\alpha/2} = 0,98/2 = 0,49 \quad \text{(lih. Table Z)} = 2,33$$

$$2,4 - 2,33 \frac{0,46}{\sqrt{25}} < \mu < 2,4 + 2,33 \frac{0,46}{\sqrt{25}}$$

$$2,1856 < \mu < 2,6144$$

Jadi, dengan tingkat signifikansi 2%, interval taksiran untuk rata-rata pembayaran pajak adalah 2,1856 juta sampai 2,6144 juta.

PENAKSIRAN SELISIH RATA-RATA DAN PROPORSI

Ringkasan Teori

Penaksiran Selisih Rata-Rata

Apabila kita hendak menaksir perbedaan rata-rata ($\mu_1 - \mu_2$) pada dua populasi, maka kita bisa menaksir rata-rata populasi tersebut dengan menggunakan statistik sampel rata-rata ($\bar{x}_1 - \bar{x}_2$). Jika sampel yang diambil dari populasi ke satu berukuran n_1 dan simpangan baku s_1 dengan rata-rata \bar{x}_1 dan sampel yang diambil dari populasi ke dua berukuran n_2 dan simpangan baku s_2 dengan rata-rata \bar{x}_2 , maka titik taksiran selisih rata-rata populasi ($\mu_1 - \mu_2$) adalah ($\bar{x}_1 - \bar{x}_2$).

1. Untuk sample besar ($n_1 > 30$ & $n_2 > 30$)

$$(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} < \mu_1 - \mu_2 < (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) + Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$$

$$(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}} < \mu_1 - \mu_2 < (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) + Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}} \quad *)$$

2. Untuk sample kecil ($n_1 \leq 30$ & $n_2 \leq 30$)

$$(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - t_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} < \mu_1 - \mu_2 < (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) + t_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$$

$$(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - t_{\alpha/2} \sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}} < \mu_1 - \mu_2 < (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) + t_{\alpha/2} \sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}} \quad ; df = n_1 + n_2 - 2 (**)$$

$$(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - t_{\alpha/2} \sqrt{\frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2} \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)} < \mu_1 - \mu_2 < (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) + t_{\alpha/2} \sqrt{\frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2} \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)} \quad (***)$$

Catatan :

*) Digunakan bila σ_1^2 dan σ_2^2 tidak diketahui nilainya

**) Digunakan bila σ_1^2 dan σ_2^2 tidak diketahui nilainya dan diketahui $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$

***) Digunakan bila σ_1^2 dan σ_2^2 tidak diketahui nilainya dan diketahui $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$

Contoh Soal:

Seorang mahasiswa melakukan penelitian terhadap daya tahan 2 jenis barang yang fungsinya sama. Barang X memiliki rata-rata daya tahan 4.500 jam dengan varians 90.000 jam, sedangkan barang Y memiliki rata-rata daya tahan 3.800 jam dengan simpangan baku 200 jam. Apabila diambil dari masing-masing jenis barang itu 150 unit, maka tentukanlah selisih rata-rata daya tahan kedua barang tersebut dengan tingkat kepercayaan 95 %!

Jawab:

(Manual)

Dik :

$$n_x = 150 \quad \bar{x} = 4500 \quad \sigma_x^2 = 90.000$$

$$n_y = 150 \quad \bar{y} = 3800 \quad \sigma_y^2 = 40.000$$

Dan untuk tingkat signifikansi 95%, maka:

$$\frac{(1 - \alpha)}{2} = \frac{0.95}{2} = 0.475 \text{ (lihat tabel Z)}$$

$$\text{maka didapat} \Rightarrow Z_{\alpha/2} = 1.96$$

Maka selisih rata-ratanya:

$$(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} < \mu_1 - \mu_2 < (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) + Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$$

$$(4500 - 3800) - 1.96 \sqrt{\frac{90000}{150} + \frac{40000}{150}} < \mu_x - \mu_y < (4500 - 3800) + 1.96 \sqrt{\frac{90000}{150} + \frac{40000}{150}} \quad 700 -$$

$$57.70083766 < \mu_x - \mu_y < 700 + 57.70083766$$

$$642.2991623 < \mu_x - \mu_y < 757.7008377$$

maka selisih rata-rata daya tahan kedua barang tersebut dengan tingkat kepercayaan 95 % adalah 642.299 jam sampai dengan 757.7 jam.

(Komputer dengan software minitab)

Langkah-langkahnya :

1. Pilih menu **Stat**, kemudian **basic statistik**, kemudian **2 sample t**
2. Pilih **summarized data**, masukkan jumlah sample, mean, standar deviasi masing-masing data kedalam kolom first dan second. Sesuaikan dengan soal.
3. Klik **options** dan masukkan **confidence level 95,0**
4. Terakhir klik **OK**

Output:

Two-Sample T-Test and CI

Sample	N	Mean	StDev	SE Mean
1	150	4500	300	24
2	150	3800	200	16

Difference = mu (1) - mu (2)

Estimate for difference: 700.000

95% CI for difference: (642.029, 757.971)

T-Test of difference = 0 (vs not =): T-Value = 23.78 P-Value = 0.000 DF = 259

Penaksiran selisih proporsi

Begitu juga dengan taksiran selisih proporsi $(\pi_1 - \pi_2)$. Jika sample yang diambil dari populasi ke satu berukuran n_1 dan terdapat x_1 kejadian dari n_1 sampel atau percobaan dan sample yang diambil dari populasi ke dua berukuran n_2 dan terdapat x_2 kejadian dari n_2 sampel atau percobaan, maka titik taksiran selisih proporsi populasi $(\pi_1 - \pi_2)$ adalah

$(\bar{p}_1 - \bar{p}_2)$ dimana $\bar{p}_1 = \frac{x_1}{n_1}$ dan $\bar{p}_2 = \frac{x_2}{n_2}$

1. Untuk sample besar ($n_1 > 30$ & $n_2 > 30$)

$$\left(\frac{x_1}{n_1} - \frac{x_2}{n_2}\right) - Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\frac{x_1}{n_1}(1-\frac{x_1}{n_1})}{n_1} + \frac{\frac{x_2}{n_2}(1-\frac{x_2}{n_2})}{n_2}} < \pi_1 - \pi_2 < \left(\frac{x_1}{n_1} - \frac{x_2}{n_2}\right) + Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\frac{x_1}{n_1}(1-\frac{x_1}{n_1})}{n_1} + \frac{\frac{x_2}{n_2}(1-\frac{x_2}{n_2})}{n_2}} \quad *)$$

$$\left(\frac{x_1}{n_1} - \frac{x_2}{n_2}\right) - Z_{\alpha/2} \sqrt{\pi(1-\pi)\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)} < \pi_1 - \pi_2 < \left(\frac{x_1}{n_1} - \frac{x_2}{n_2}\right) + Z_{\alpha/2} \sqrt{\pi(1-\pi)\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)} \quad (**)$$

2. Untuk sample kecil ($n_1 \leq 30$ & $n_2 \leq 30$)

$$\left(\frac{x_1}{n_1} - \frac{x_2}{n_2}\right) - t_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\frac{x_1}{n_1}(1-\frac{x_1}{n_1})}{n_1} + \frac{\frac{x_2}{n_2}(1-\frac{x_2}{n_2})}{n_2}} < \pi_1 - \pi_2 < \left(\frac{x_1}{n_1} - \frac{x_2}{n_2}\right) + t_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\frac{x_1}{n_1}(1-\frac{x_1}{n_1})}{n_1} + \frac{\frac{x_2}{n_2}(1-\frac{x_2}{n_2})}{n_2}} \quad *)$$

: $df = n_1 + n_2 - 2$

$$\left(\frac{x_1}{n_1} - \frac{x_2}{n_2}\right) - t_{\alpha/2} \sqrt{\pi(1-\pi)\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)} < \pi_1 - \pi_2 < \left(\frac{x_1}{n_1} - \frac{x_2}{n_2}\right) + t_{\alpha/2} \sqrt{\pi(1-\pi)\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)} \quad (**)$$

Catatan :

1. Bila x_1, x_2, n_1 & n_2 masing-masing dinyatakan dengan bilangan bulat positif, persoalan penaksiran tersebut dapat diselesaikan atau dipecahkan dengan menggunakan rumus *) atau (**).
2. Akan tetapi bila $x_1/n_1, x_2/n_2$ masing-masing dinyatakan dengan bilangan dalam bentuk rasio atau persen maka hanya digunakan rumus *).

Contoh Soal:

Sebuah sampel random dari produk makanan perusahaan A sebanyak 200 buah diambil dari pasaran bebas ternyata didapat 20 diantaranya adalah cacat. Sampel yang lain dari produk makanan perusahaan B yang sama jenisnya terdiri dari 250 buah ternyata ada 25 buah yang cacat. Tentukan proporsi kerusakan produk makanan itu dengan confidence level 95 %. Selama ini diketahui kualitas produk makanan perusahaan A dan B sama.

Jawab:

(manual)

Dik :

$$n_1 = 100 \qquad x_1 = 20 \qquad C.I = 95 \%$$

$$n_2 = 250 \qquad x_2 = 25 \qquad Z_{\alpha/2} = 1.96$$

Solusi:

$$\left(\frac{x_1}{n_1} - \frac{x_2}{n_2}\right) - Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\frac{x_1}{n_1}(1-\frac{x_1}{n_1})}{n_1} + \frac{\frac{x_2}{n_2}(1-\frac{x_2}{n_2})}{n_2}} < \pi_1 - \pi_2 < \left(\frac{x_1}{n_1} - \frac{x_2}{n_2}\right) + Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\frac{x_1}{n_1}(1-\frac{x_1}{n_1})}{n_1} + \frac{\frac{x_2}{n_2}(1-\frac{x_2}{n_2})}{n_2}}$$

$$\left(\frac{20}{100} - \frac{25}{250}\right) - 1.96 \sqrt{\left(\frac{0.2 \times 0.8}{100} + \frac{0.1 \times 0.9}{250}\right)} < \pi_1 - \pi_2 < \left(\frac{20}{100} - \frac{25}{250}\right) + 1.96 \sqrt{\left(\frac{0.2 \times 0.8}{100} + \frac{0.1 \times 0.9}{250}\right)}$$

$$0.1 - 0.0867729 < \pi_1 - \pi_2 < 0.1 + 0.0867729$$

$$0.013223 < \pi_1 - \pi_2 < 0.1867729$$

Kesimpulan : Dengan tingkat kepercayaan 95 %, rentang taksiran selisih proporsi kerusakan antara dua produk makanan tersebut adalah sebesar 1.322% sampai dengan 18.68 %.

(Komputer dengan software minitab)

Langkah-langkahnya :

1. Pilih menu **Stat**, kemudian **basic statistik**, kemudian **2 proportions**
2. Pilih **summarized data**, masukkan jumlah trials dan events masing-masing data ke dalam kolom first dan second. Sesuaikan dengan soal..
3. Klik **options** dan masukkan **confidence level 95,0**
4. Terakhir klik **OK**

Output:

Test and CI for Two Proportions

Sample	X	N	Sample p
1	20	100	0.200000
2	25	250	0.100000

Difference = p (1) - p (2)

Estimate for difference: 0.1

95% CI for difference: (0.0132287, 0.186771)

Test for difference = 0 (vs not = 0): Z = 2.26 P-Value = 0.024

SOAL PENAKSIRAN SELISIH RATA-RATA DAN PROPORSI

1. Sebuah penelitian yang dilakukan oleh organisasi kopi internasional menemukan bahwa 200 orang sampel yang diteliti berumur antara 30-59 tahun meminum rata-rata 0,57 cangkir kopi per hari. Sedangkan 100 orang sampel berumur diatas 60 tahun meminum rata-rata 0,75 cangkir kopi per hari. Menurut data departemen kesehatan besarnya simpangan baku populasi dari orang berumur 30-59 tahun dan 60 tahun keatas berturut-turut adalah 0,09 dan 0,12. Dengan tingkat signifikasi 5%, Tentukan selisih rata-rata banyaknya kopi yang diminum kedua kelompok umur tersebut!
(penaksiran selisih rata-rata)
2. For a sample of 48 finance majors, the average time spent reading each issue of the campus newspaper is 19,7 minutes, with a standard deviation of 7,3 minutes. The

corresponding figures for a sample of 40 management majors are 16,3 and 4,1 minutes. Find the 99% confidence interval for the difference between the population means! **(penaksiran selisih rata-rata)**

3. Seorang peneliti ingin meneliti sebuah sampel yang terdiri dari 500 pelanggan toko yang dipilih di Garut untuk menentukan macam-macam informasi mengenai kebiasaan pelanggan. Diantara pertanyaan yang diajukan, terdapat pertanyaan "apakah kamu senang berbelanja pakaian?" dari 240 laki-laki, 136 menjawab ya. Dari 260 perempuan, 36 menjawab tidak. Dari data tersebut, peneliti ingin menentukan selisih antara proporsi laki-laki dan perempuan yang menyenangi berbelanja pakaian. Tentukanlah selisih proporsi tersebut jika peneliti ingin taraf nyatanya 1%! **(penaksiran selisih proporsi)**
4. The results of a study conducted as part of a yield-improvement effort at a semiconductor manufacturing facility provided defect data for a sample of 450 wafers. The following contingency table presents a summary of the responses to two questions: "was a particle found on the die that produced the wafer?" and "is the wafer good or bad?"

PARTICLES	Quality of water		
	Good	Bad	Total
Yes	14	36	50
No	320	80	400
Total	334	116	450

Construct and interpret a 95% confidence interval estimate of the difference between the population proportion of good and bad wafers that contain particles! **(penaksiran selisih proporsi)**

5. CNU bank telah mengembangkan proses peningkatan pada layanan yang diberikan untuk pelanggannya dari sisi waktu tunggu setiap pelanggan mendapatkan layanan bank di setiap cabang. Untuk itu dilakukan pengamatan pada data-data waktu tunggu setiap pelanggan selama satu periode yang didapat dari dua cabang CNU bank di kota Garut dan Bandung. Data berikut merupakan waktu tunggu dari sampel yang dipilih secara acak 11 pelanggan setiap cabang:

Waktu tunggu (dalam menit)											
Garut	9,66	5,9	8,02	5,79	8,73	3,82	8,01	8,35	10,1	6,6	5,6
Bandung	4,21	5,55	3,02	5,13	4,77	2,34	3,54	3,2	4,5	6,1	0,3

Asumsikan varians populasinya sama, tentukanlah batas-batas taksiran selisih rata-rata waktu tunggu kedua cabang CNU bank dengan tingkat sigifikansi 5%! **(penaksiran selisih rata-rata)**

- Baro bank menggunakan sebuah pengamatan untuk memeriksa kegunaan mesin bank 24 jam yang baru yang telah mereka kembangkan. Dari 300 laki-laki yang menggunakan mesin tersebut minggu lalu, 50% melakukan 2 atau lebih transaksi sebelum pergi. Dari 250 perempuan pengguna selama periode yang sama, 42% melakukan setidaknya 2 transaksi dengan menggunakan mesin tersebut. Dengan tingkat signifikansi 10%, tentukanlah batas-batas taksiran selisih proporsi laki-laki dan perempuan yang menggunakan mesin baru tersebut! **(penaksiran selisih proporsi)**
- A compressor manufacturer is testing two different designs for an air tank. Testing involves pumping air into a tank. Testing involves pumping air into a tank until it bursts, then noting the air pressure just prior to tank failure. Four tanks of design A are found to fail at an average of 1620 pounds per square inch (psi), with standard deviation of 120 psi. Six tanks of design B fail at an average 1400 psi, with standard deviation of 115 psi. Assuming normal populations with not equal standard deviations. Use 0.1 level of significance find the interval estimation for the difference between the population means! **(penaksiran selisih rata-rata)**
- Berdasarkan hasil pengamatan Victoria, seorang manajer toko $F(x)$, terhadap 20 orang sampel pelanggan toko yang berkunjung pada pagi hari, menghabiskan rata-rata waktu 18 menit untuk berbelanja di toko $F(x)$. Sedangkan hasil pengamatan Victoria pada 15 orang sampel pelanggan toko yang berkunjung pada siang hari, mereka menghabiskan rata-rata waktu 14 menit untuk berbelanja di toko. Berdasarkan data toko, besarnya simpangan baku populasi waktu kunjungan pelanggan toko pagi hari dan sore hari berturut-turut adalah sebesar 2,5 menit dan 1.3 menit. Tentukan batas-

batas selisih rata-rata waktu kunjungan pelanggan pagi hari dan siang hari toko $F(x)$, jika taraf nyatanya 10%! (**penaksiran selisih rata-rata**)

9. Seorang mahasiswa melakukan penelitian terhadap kepuasan mahasiswa asing terhadap kualitas pendidikan jurusan keuangan di Universitas Dream High. Untuk itu peneliti mengumpulkan dua sampel mahasiswa dari negara Korea Selatan dan Jepang masing masing sebanyak 17 orang dan 19 orang. Dari 17 orang mahasiswa Korsel, 10 orang menyatakan kualitas pendidikan baik. Sedangkan dari 19 orang mahasiswa Jepang, 14 orang menyatakan kualitas pendidikan kurang baik. Dengan menggunakan tingkat signifikansi 10%, tentukan batas-batas selisih perbedaan proporsi antara mahasiswa Korea Selatan dan Jepang! (**penaksiran selisih proporsi**)
10. Tiffany, seorang pemilik toko kue Gee, melakukan pengamatan terhadap dua produk kue yaitu cheese cake dan black forest cake untuk mengetahui produk mana yang lebih disukai oleh pelanggan. Dalam melakukan pengamatan itu, Tiffany membagi dalam kedua kelompok umur yaitu 12-29 tahun dan 30-50 tahun. Dari 20 orang sampel kelompok umur 12-29 tahun, 65% menyukai Cheese cake sedangkan dari 17 orang sampel kelompok umur 30-50 tahun 41% menyukai black forest cake. Tentukanlah selisih proporsi yang menyukai cheese cake dari kedua kelompok umur tersebut, jika tingkat kepercayaannya 95%! (**penaksiran selisih proporsi**)

JAWABAN SOAL PENAKSIRAN SELISIH RATA-RATA DAN PROPORSI

1. Dik:

$$n_1 = 200 \quad \bar{x}_1 = 0.57 \quad \sigma_1 = 0.09$$

$$(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} < \mu_1 - \mu_2 < (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) + Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$$

$$n_2 = 100 \quad \bar{x}_2 = 0.75 \quad \sigma_2 = 0.12 \quad Z_{\alpha/2} = 1.96$$

(manual)

$$(0.57 - 0.75) - 1.96 \sqrt{\frac{(0.09)^2}{200} + \frac{(0.12)^2}{100}} < \mu_1 - \mu_2 < (0.57 - 0.75) + 1.96 \sqrt{\frac{(0.09)^2}{200} + \frac{(0.12)^2}{100}}$$

$$\text{Atau } -0.18 - 0.02662 < \mu_1 - \mu_2 < -0.18 + 0.02662$$

$$-0.2066 < \mu_1 - \mu_2 < -0.1534$$

Jadi dengan tingkat sigifikansi 5%, selisih rata-rata banyaknya kopi yang diminum kelompok umur antara 30-59 tahun dan umur 60 tahun ke atas adalah diantara -0.2066 dan -0.1534 cangkir

(Komputer dengan software minitab)

Langkah-langkahnya :

1. Pilih menu **Stat**, kemudian **basic statistik**, kemudian **2 sample t**
2. Pilih **summarized data**, masukkan jumlah sample, mean, standar deviasi masing-masing data kedalam kolom first dan second. Sesuaikan dengan soal.
3. Klik **options** dan masukkan **confidence level 95,0**
4. Terakhir klik **OK**

Output:

Two-Sample T-Test and CI

Sample	N	Mean	StDev	SE Mean
1	200	0.5700	0.0900	0.0064
2	100	0.750	0.120	0.012

Difference = mu (1) - mu (2)

Estimate for difference: -0.180000

95% CI for difference: (-0.206830, -0.153170)

T-Test of difference = 0 (vs not =): T-Value = -13.25 P-Value = 0.000 DF = 156

2. Given:

$$n_1 = 48 \quad n_2 = 40$$

$$\bar{x}_1 = 19.7 \quad \bar{x}_2 = 16.3$$

$$S_1 = 7.3 \quad S_2 = 4.1$$

$$C.I = 99\%$$

$$(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}} < \mu_1 - \mu_2 < (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) + Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}$$

and for a 99 % confidence interval

$$Z_{\alpha/2} = 2.575$$

the confidence interval is then

(manual)

$$(19.7 - 16.3) - 2.575 \sqrt{\frac{(7.3)^2}{48} + \frac{(4.1)^2}{40}} < \mu_1 - \mu_2 < (19.7 - 16.3) + 2.575 \sqrt{\frac{(7.3)^2}{48} + \frac{(4.1)^2}{40}}$$

$$\text{or } 3.4 - 3.185576 < \mu_1 - \mu_2 < 3.4 + 3.185576$$

$$\text{or } 0.214424 < \mu_1 - \mu_2 < 6.585576$$

so, with 1% significance level we can conclude that interval estimation for the difference average time spent reading each issue of the campus newspaper between finance majors and management majors is between 0.214 minutes and 6.59 minutes.

(Komputer dengan software Minitab)

Two-Sample T-Test and CI

Sample	N	Mean	StDev	SE Mean
1	48	19.70	7.30	1.1
2	40	16.30	4.10	0.65

Difference = mu (1) - mu (2)

Estimate for difference: 3.40000

99% CI for difference: (0.13144, 6.66856)

T-Test of difference = 0 (vs not =): T-Value = 2.75 P-Value = 0.007 DF = 76

3. Dik:

$$n_A = 240 \qquad n_B = 260$$

$$\frac{x_A}{n_A} = \frac{136}{240} = 0.567 \qquad \frac{x_B}{n_B} = \frac{224}{260} = 0.862$$

$$Z_{\alpha/2} = 2.575$$

(manual)

$$\left(\frac{x_1}{n_1} - \frac{x_2}{n_2}\right) - Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\frac{x_1}{n_1}(1-\frac{x_1}{n_1})}{n_1} + \frac{\frac{x_2}{n_2}(1-\frac{x_2}{n_2})}{n_2}} < \pi_1 - \pi_2 < \left(\frac{x_1}{n_1} - \frac{x_2}{n_2}\right) + Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\frac{x_1}{n_1}(1-\frac{x_1}{n_1})}{n_1} + \frac{\frac{x_2}{n_2}(1-\frac{x_2}{n_2})}{n_2}}$$

$$(0.567 - 0.862) - 2.575 \sqrt{\frac{(0.567)(0.433)}{240} + \frac{(0.862)(0.138)}{260}} < \pi_1 - \pi_2 <$$

$$(0.567 - 0.862) + 2.575 \sqrt{\frac{(0.567)(0.433)}{240} + \frac{(0.862)(0.138)}{260}} \text{ or}$$

$$-0.295 - 0.0990785 < \pi_1 - \pi_2 < -0.295 + 0.0990785$$

$$-0.394079 < \pi_1 - \pi_2 < -0.1959215$$

Jadi, dengan tingkat signifikansi 1% selisih antara proporsi laki-laki dan perempuan yang menyenangi berbelanja pakaian adalah diantara 19.59% dan 39.41% proporsi perempuan yang menyenangi berbelanja pakaian lebih besar dibanding proporsi laki-laki.

(Komputer dengan software Minitab)

Test and CI for Two Proportions

Sample	X	N	Sample p
1	136	240	0.566667
2	224	260	0.861538

Difference = p (1) - p (2)

Estimate for difference: -0.294872

99% CI for difference: (-0.394031, -0.195712)

Test for difference = 0 (vs not = 0): Z = -7.66 P-Value = 0.000

4. Given:

$$n_A = 334 \qquad n_B = 116$$

$$\frac{x_A}{n_A} = \frac{14}{334} = 0.0419 \qquad \frac{x_B}{n_B} = \frac{36}{116} = 0.3103$$

$$Z_{\alpha/2} = 1.96$$

Jawab:

$$\left(\frac{x_1}{n_1} - \frac{x_2}{n_2}\right) - Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\frac{x_1}{n_1}(1-\frac{x_1}{n_1})}{n_1} + \frac{\frac{x_2}{n_2}(1-\frac{x_2}{n_2})}{n_2}} < \pi_1 - \pi_2 < \left(\frac{x_1}{n_1} - \frac{x_2}{n_2}\right) + Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\frac{x_1}{n_1}(1-\frac{x_1}{n_1})}{n_1} + \frac{\frac{x_2}{n_2}(1-\frac{x_2}{n_2})}{n_2}}$$

$$(0.0419 - 0.3103) - 1.96 \sqrt{\frac{(0.0419)(0.9581)}{334} + \frac{(0.3103)(0.6897)}{116}} < \pi_1 - \pi_2 <$$

$$(0.0419 - 0.3103) - 1.96 \sqrt{\frac{(0.0419)(0.9581)}{334} + \frac{(0.3103)(0.6897)}{116}} \text{ or}$$

$$-0.2684 - 0.0443299 < \pi_1 - \pi_2 < -0.2684 + 0.0443299$$

$$-0.31273 < \pi_1 - \pi_2 < -0.2241$$

With 5% significance level, interval estimate of the difference between the population proportion of good and bad wafers that contain particles is between 22.41% and 31.27%, the proportion of bad wafers that contain particles larger than proportion of good wafers.

Test and CI for Two Proportions

Sample	X	N	Sample p
1	17	334	0.050898
2	36	116	0.310345

Difference = p (1) - p (2)

Estimate for difference: -0.259447

95% CI for difference: (-0.346873, -0.172020)

Test for difference = 0 (vs not = 0): Z = -5.82 P-Value = 0.000

5. Dik:

$$n_x = 11 \qquad n_y = 11$$

$$\bar{x}_1 = 7.326 \qquad \bar{x}_2 = 3.878$$

$$S_x^2 = 3.730287273 \qquad S_y^2 = 2.707076364$$

$$C.I = 95 \% \quad t_{\alpha/2} = 2.0860 \text{ (df = 11 + 11 - 2 = 20)}$$

Solution

$$(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - t_{\alpha/2} \sqrt{\frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2} \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)} < \mu_1 - \mu_2 < (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) + t_{\alpha/2} \sqrt{\frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2} \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}$$

$$(7.326 - 3.878) - 2.0860 \sqrt{\frac{(11-1)(3.730287273) + (11-1)(2.707076364)}{11+11-2} \left(\frac{1}{11} + \frac{1}{11}\right)} < \mu_1 - \mu_2 < (7.326 - 3.878) + 2.0860 \sqrt{\frac{(11-1)(3.730287273) + (11-1)(2.707076364)}{11+11-2} \left(\frac{1}{11} + \frac{1}{11}\right)}$$

$$\text{Or } 1.851 < \mu_1 - \mu_2 < 5.043$$

Dengan tingkat sigifikansi 5%, maka batas-batas taksiran selisih rata-rata waktu tunggu kedua cabang CNU bank yaitu cabang Garut dan Bandung adalah antara 1.851 menit dan 5.043 menit.

Two-Sample T-Test and CI: Garut, Bandung

Two-sample T for Garut vs Bandung

	N	Mean	StDev	SE Mean
Garut	11	7.33	1.93	0.58
Bandung	11	3.88	1.65	0.50

Difference = mu (Garut) - mu (Bandung)

Estimate for difference: 3.44727

95% CI for difference: (1.85152, 5.04302)

T-Test of difference = 0 (vs not =): T-Value = 4.51 P-Value = 0.000 DF = 20

Both use Pooled StDev = 1.7941

6. Dik:

$$n_A = 300 \qquad n_B = 250$$

$$\frac{x_A}{n_A} = p_A = 0.5 \qquad \frac{x_B}{n_B} = p_B = 0.42$$

$$Z_{\alpha/2} = 1.645$$

$$\left(\frac{x_1}{n_1} - \frac{x_2}{n_2}\right) - Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\frac{x_1(1-x_1)}{n_1} + \frac{x_2(1-x_2)}{n_2}}{n_1 + n_2}} < \pi_1 - \pi_2 < \left(\frac{x_1}{n_1} - \frac{x_2}{n_2}\right) + Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\frac{x_1(1-x_1)}{n_1} + \frac{x_2(1-x_2)}{n_2}}{n_1 + n_2}}$$

$$(0.5 - 0.42) - 1.645 \sqrt{\frac{(0.5)(0.5)}{300} + \frac{(0.42)(0.58)}{250}} < \pi_1 - \pi_2 < (0.5 - 0.42) + 1.645$$

$$\sqrt{\frac{(0.5)(0.5)}{300} + \frac{(0.42)(0.58)}{250}}$$

$$0.08 - 0.0699412 < \pi_1 - \pi_2 < 0.08 + 0.0699412$$

$$0.01006 < \pi_1 - \pi_2 < 0.09006$$

Dengan tingkat signifikansi 10%, batas-batas taksiran selisih proporsi laki-laki dan perempuan yang menggunakan mesin baru adalah diantara 1.006% dan 9.006%.

7. Given:

$$n_A = 4 \qquad n_B = 6$$

$$\bar{x}_A = 1620 \qquad \bar{x}_B = 1400$$

$$S_A^2 = 14400 \qquad S_B^2 = 13225$$

$$C.I = 90 \%$$

$$\left(\bar{x}_1 - \bar{x}_2\right) - t_{\alpha/2} \sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}} < \mu_1 - \mu_2 < \left(\bar{x}_1 - \bar{x}_2\right) + t_{\alpha/2} \sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}} \qquad t_{\alpha/2} = 1.8595 \text{ (df = 4 + 6 - 2 = 8)}$$

$$(1620 - 1400) - 1.8595 \sqrt{\left(\frac{14400}{4} + \frac{13225}{6}\right)} < \mu_1 - \mu_2 < (1620 - 1400) + 1.8595 \sqrt{\left(\frac{14400}{4} + \frac{13225}{6}\right)}$$

$$220 - 141.6662 < \mu_1 - \mu_2 < 220 + 141.6662$$

$$78.3338 < \mu_1 - \mu_2 < 361.6662$$

So, with 10% significance level the interval estimation for the difference between the populations mean of tanks of design A and tanks of design B is between 78.3338 psi and 36.6662 psi.

8. Dik:

$$n_1 = 20 \quad \bar{x}_1 = 18 \quad \sigma_1 = 2.5$$

$$n_2 = 15 \quad \bar{x}_2 = 14 \quad \sigma_2 = 1.3$$

and for a 90 % confidence interval

$$t_{\alpha/2} = 1.6924$$

$$(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - t_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} < \mu_1 - \mu_2 < (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) + t_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$$

$$(18-14) - 1.6924 \sqrt{\left(\frac{2.5^2}{20} + \frac{1.3^2}{15}\right)} < \mu_1 - \mu_2 < (18-14) + 1.6924 \sqrt{\left(\frac{2.5^2}{20} + \frac{1.3^2}{15}\right)}$$

$$4 - 1.103526 < \mu_1 - \mu_2 < 4 + 1.103526$$

$$2.89647 < \mu_1 - \mu_2 < 5.103526$$

Dengan tingkat signifikansi 10%, batas-batas selisih rata-rata waktu kunjungan pelanggan pagi hari dan siang hari toko F(x) adalah diantara 2.898 menit dan 5.14 menit.

(Komputer dengan software Minitab)

Two-Sample T-Test and CI

Sample	N	Mean	StDev	SE Mean
1	20	18.00	2.50	0.56
2	15	14.00	1.30	0.34

Difference = mu (1) - mu (2)

Estimate for difference: 4.00000

90% CI for difference: (2.89209, 5.10791)

T-Test of difference = 0 (vs not =): T-Value = 6.13 P-Value = 0.000 DF = 29

9. Dik:

$$n_A = 17 \qquad n_B = 19$$

$$\frac{x_A}{n_A} = \frac{10}{17} = 0.59 \qquad \frac{x_B}{n_B} = \frac{5}{19} = 0.26$$

$$CI = 90\% \qquad t_{\alpha/2} = (df = 19 + 17 - 2 = 34)$$

$$\left(\frac{x_1}{n_1} - \frac{x_2}{n_2}\right) - t_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\frac{x_1}{n_1}(1-\frac{x_1}{n_1})}{n_1} + \frac{\frac{x_2}{n_2}(1-\frac{x_2}{n_2})}{n_2}} < \pi_1 - \pi_2 < \left(\frac{x_1}{n_1} - \frac{x_2}{n_2}\right) + t_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\frac{x_1}{n_1}(1-\frac{x_1}{n_1})}{n_1} + \frac{\frac{x_2}{n_2}(1-\frac{x_2}{n_2})}{n_2}}$$

$$(0.59 - 0.26) - 1.6909 \sqrt{\frac{(0.59)(0.41)}{17} + \frac{(0.26)(0.74)}{19}} < \pi_1 - \pi_2 < (0.59 - 0.26) + 1.6909$$

$$\sqrt{\frac{(0.59)(0.41)}{17} + \frac{(0.26)(0.74)}{19}}$$

$$0.33 - 0.263887292 < \pi_1 - \pi_2 < 0.33 + 0.263887292$$

$$0.0661 < \pi_1 - \pi_2 < 0.5939$$

Dengan menggunakan tingkat signifikansi 10%, batas-batas selisih perbedaan proporsi antara mahasiswa Korea Selatan dan Jepang yang menyatakan kualitas pendidikan Universitas Dream High baik adalah diantara 6.61% dan 59.39%.

(Komputer dengan software Minitab)

Test and CI for Two Proportions

Sample	X	N	Sample p
1	10	17	0.588235
2	5	19	0.263158

Difference = p (1) - p (2)

Estimate for difference: 0.325077

90% CI for difference: (0.0678616, 0.582293)

Test for difference = 0 (vs not = 0): Z = 2.08 P-Value = 0.038

10. Dik:

$$n_A = 20 \qquad n_B = 17$$

$$\frac{x_A}{n_A} = p_A = 0.65 \qquad \frac{x_B}{n_B} = p_B = 0.59$$

$$CI = 95\% \qquad t_{\alpha/2} = 2.0301 \text{ (df = 20 + 17 - 2 = 35)}$$

$$\left(\frac{x_1}{n_1} - \frac{x_2}{n_2}\right) - t_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\frac{x_1(1-x_1)}{n_1} + \frac{x_2(1-x_2)}{n_2}}{n_1} + \frac{\frac{x_1(1-x_1)}{n_1} + \frac{x_2(1-x_2)}{n_2}}{n_2}} < \pi_1 - \pi_2 < \left(\frac{x_1}{n_1} - \frac{x_2}{n_2}\right) + t_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\frac{x_1(1-x_1)}{n_1} + \frac{x_2(1-x_2)}{n_2}}{n_1} + \frac{\frac{x_1(1-x_1)}{n_1} + \frac{x_2(1-x_2)}{n_2}}{n_2}}$$

$$(0.65 - 0.59) - 2.0301 \sqrt{\frac{(0.65)(0.35)}{20} + \frac{(0.59)(0.41)}{17}} < \pi_1 - \pi_2 < (0.65 - 0.59) + 2.0301$$

$$\sqrt{\frac{(0.65)(0.35)}{20} + \frac{(0.59)(0.41)}{17}}$$

$$0.06 - 0.0324844 < \pi_1 - \pi_2 < 0.06 + 0.0324844$$

$$0.027516 < \pi_1 - \pi_2 < 0.0924844$$

Dengan tingkat signifikansi 5%, maka selisih proporsi yang menyukai cheese cake dari kelompok umur 12-29 tahun dan 30-50 tahun adalah diantara 2.75% dan 9.25%.

PENGUJIAN HIPOTESIS RATA-RATA DAN PROPORSI

Hipotesis adalah jawaban sementara yang masih perlu diuji kebenarannya melalui fakta-fakta atau dugaan kita mengenai parameter suatu populasi yang belum tentu benar atau salah.

HIPOTESIS:

1. *Hipotesis Nol* (H_0)

- Variabel bebas tidak mempengaruhi variabel terikat dalam populasi.
- Memprediksi tidak adanya perbedaan antara satu kondisi dengan kondisi yang lain.

2. *Hipotesis Alternatif/Lawan H_0* (H_A)

- Variabel bebas mempengaruhi variabel terikat dalam populasi.
- Memprediksi adanya perbedaan antara satu kondisi dengan kondisi lain.

Contoh:

1. H_0 : Rata-rata nilai b.inggris mahasiswa kelas A sama dengan rata-rata mahasiswa kelas B

H_A : Rata-rata nilai b.inggris mahasiswa kelas A tidak sama dengan rata-rata mahasiswa kelas B

1. Uji Hipotesis Rata-Rata

Adalah pengujian mengenai hipotesis rata-rata suatu populasi yang didasarkan atas informasi sampelnya.

Langkah-Langkah Menguji Rata-Rata Populasi (μ):

1. Rumuskan Hipotesis

a. $H_0 : \mu = \mu_0$ } (pengertian sama/uji 2 pihak)
 $H_A : \mu \neq \mu_0$ }

$H_A : \mu > \mu_0$

$H_A : \mu < \mu_0$

b. $H_0 : \mu \leq \mu_0$ } (uji 1 pihak kanan/ pengertian max)
 $H_A : \mu > \mu_0$ }

c. $H_0 : \mu \geq \mu_0$ } (uji 1 pihak kiri/ pengertian min)
 $H_A : \mu < \mu_0$ }

$$H_A : \mu < \mu_0$$

2. Perhitungan Z stat dan t stat

Perhitungan Z stat:

- bila populasinya terbatas (N dan n diketahui nilainya) dan $\frac{n}{N} > 0,05$,

gunakan faktor koreksi $\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma / \sqrt{n} \sqrt{\frac{N-n}{N-1}}}$$

- bila populasinya terbatas (N dan n diketahui nilainya) dan $\frac{n}{N} \leq 0,05$ atau bila populasinya tidak terbatas (N tidak diketahui nilainya)

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}}$$

Perhitungan t stat:

- bila populasinya terbatas (N dan n diketahui nilainya) dan $\frac{n}{N} > 0,05$,

gunakan faktor koreksi $\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$

$$t = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma / \sqrt{n} \sqrt{\frac{N-n}{N-1}}}; df = n - 1$$

- bila populasinya terbatas (N dan n diketahui nilainya) dan $\frac{n}{N} \leq 0,05$ atau bila populasinya tidak terbatas (N tidak diketahui nilainya)

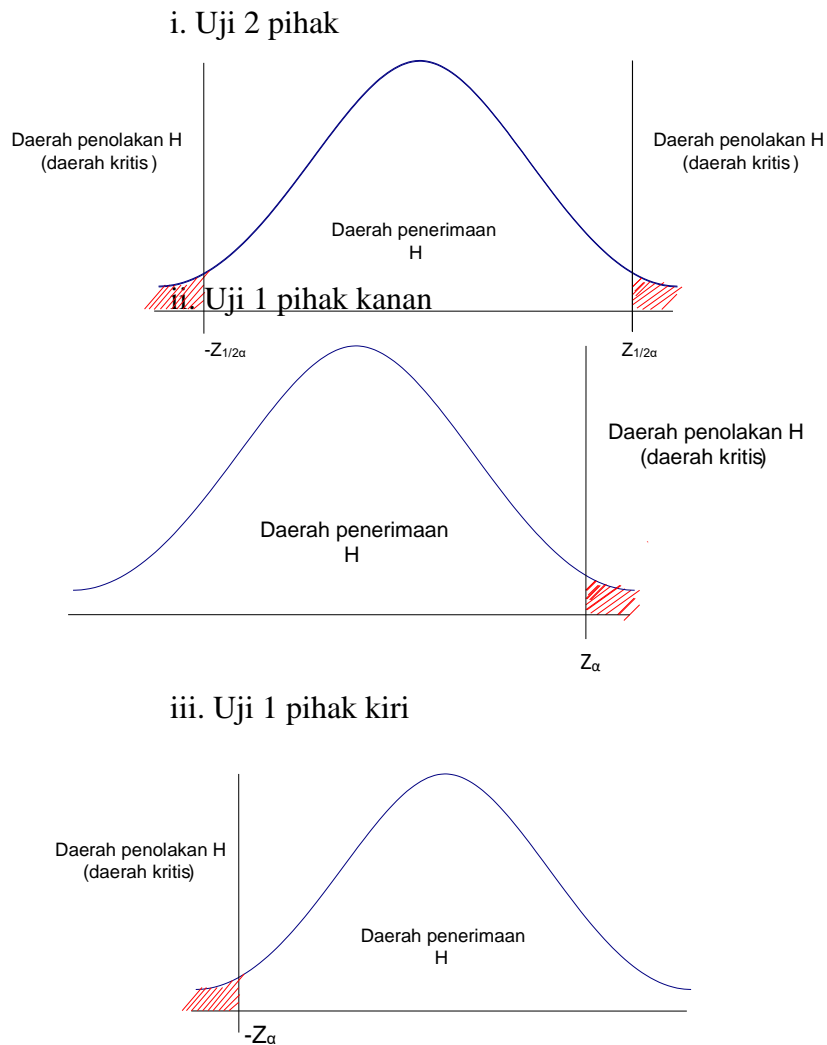
$$t = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}}; df = n - 1$$

Keterangan : Bila standar deviasi populasi (σ) tidak diketahui dapat diganti dengan standar deviasi sampelnya (s).

3. Menentukan batas daerah penerimaan dan penolakan:

- a. $n > 30$, tentukan nilai Z tabel
 $n \leq 30$, tentukan nilai t table dengan derajat kebebasan (*degree of freedom/df*)
- b. Gunakan α (tingkat signifikansi)

- c. Gambarkan daerah penolakan dan penerimaan hipotesis nol berdasarkan langkah 1



Keterangan : daerah yang diasir adalah daerah penolakan H_0 dan untuk $n \leq 30$, Z diganti dengan t .

4. Menentukan kriteria penerimaan atau penolakan

- (1) Untuk uji 2 pihak : $Z < -Z_{\alpha/2}$ atau $Z > Z_{\alpha/2} \rightarrow H_0$ ditolak

Jika $-Z_{\alpha/2} \leq Z \leq Z_{\alpha/2} \rightarrow H_0$ tidak dapat ditolak

- (2) Uji 1 pihak kanan : $Z > Z_{\alpha}$, H_0 ditolak

$Z \leq Z_{\alpha}$, H_0 tidak dapat ditolak

- (3) Uji 1 pihak kiri : $Z < -Z_{\alpha}$ H_0 ditolak

$$Z \geq -Z_{\alpha} \quad H_0 \text{ tidak dapat ditolak}$$

Nilai Z diganti dengan t jika $n \leq 30$.

5. Bandingkan nilai Z atau t (yang diperoleh pada tahap 2) dengan Z atau t table serta simpulkan apakah H_0 tidak dapat ditolak atau ditolak berdasarkan kriteria penerimaan/penolakan.

6. Membuat kesimpulan secara komprehensif/lengkap

Contoh Soal:

Kekuatan putus dari kabel yang diproduksi PT X memiliki rata-rata 1900 pon dan standar deviasi 100 pon. Dengan menggunakan teknik baru dalam proses produksi, diklaim bahwa kekuatan putus dapat ditingkatkan. Untuk menguji klaim ini, sampel yang terdiri dari 50 kabel uji, dan diketahui bahwa rata-rata kekuatan putus adalah 1950 pon. Dapatkah kita membenarkan klaim tersebut pada tingkat signifikansi 1%?

Jawab:

$$\text{Dik : } n = 50 \quad \alpha = 1\%$$

$$\bar{X} = 1950 \text{ pon}$$

$$\sigma = 100 \text{ pon}$$

Dij:

$$1. \quad H_0 : \mu = 1900$$

$$H_A : \mu > 1900 \text{ (uji pihak kanan)}$$

$$2. \quad Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}}$$

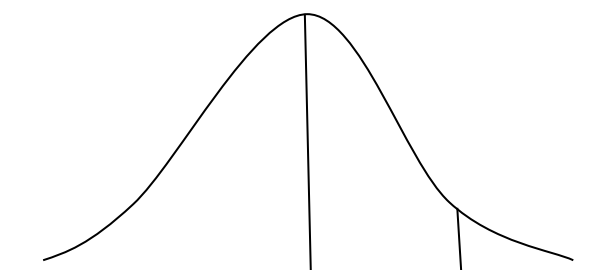
$$Z = \frac{1950 - 1900}{100 / \sqrt{50}}$$

$$Z = 3,54$$

$$3. \quad Z_{\alpha} = 2.33$$

4. Kriteria uji : uji 1 pihak kanan : $Z > Z_{\alpha}$, H_0 ditolak

$$Z \leq Z_{\alpha}, H_0 \text{ tidak dapat ditolak}$$



$$Z_{\alpha} = 2,33$$

Daerah penerimaan H_0

Daerah penolakan H_0

5. Ternyata $3,54 > 2,33$, $Z > Z_{\alpha}$, H_0 ditolak

6. Kesimpulan : pada tingkat signifikansi 1% pernyataan perusahaan tersebut bahwa dengan menggunakan teknik baru dalam proses produksi dapat meningkatkan kekuatan putus kabel adalah benar karena terdapat perbedaan yang signifikan.

Penyelesaian dengan menggunakan Software Minitab 14

- Masuk ke halaman utama minitab
- Klik stat-Basic statistis-1 sample Z
- Pada summarized data isi:
- Sample size : 50
- Mean : 1950
- Standard Deviation : 100
- Test Mean : 1900
- Klik option- isi confidence level sebesar 99.0-alternative greater than
- Klik OK- Klik OK
- Output yang ditampilkan

One-Sample Z

Test of mu = 1900 vs > 1900

The assumed standard deviation = 100

99%

Lower

N	Mean	SE Mean	Bound	Z	P
50	1950.00	14.14	1917.10	3.54	0.000

- Membaca Output lihat $Z = 3.54$, Bandingkan dengan Z table
 - Kriteria
 - $Z > Z_{\alpha}$, H_0 ditolak
 - $Z \leq Z_{\alpha}$, H_0 tidak dapat ditolak

- Ternyata : $3,54 > 2,33, Z > Z_{\alpha}, H_0$ ditolak
- Kesimpulan : pada tingkat signifikansi 1% pernyataan perusahaan tersebut bahwa dengan menggunakan teknik baru dalam proses produksi dapat meningkatkan kekuatan putus kabel adalah benar.

2. Uji Hipotesis Proporsi

Adalah pengujian hipotesis mengenai proporsi/perbandingan suatu populasi yang didasarkan atas informasi sampelnya.

Langkah – langkah menguji proporsi populasi (π):

a. Rumuskan Hipotesis

- a. $H_0 : \pi = \pi_0$ } (uji 2 pihak)
 $H_A : \pi \neq \pi_0$ }
- $H_A : \pi > \pi_0$
- $H_A : \pi < \pi_0$
- b. $H_0 : \pi \leq \pi_0$ } (uji 1 pihak kanan/ pengertian max)
 $H_A : \pi > \pi_0$ }
- c. $H_0 : \pi \geq \pi_0$ } (uji 1 pihak kiri/ pengertian min)
 $H_A : \pi < \pi_0$ }

2) Perhitungan Z stat dan t stat (Z hitung atau t hitung)

Perhitungan Z stat:

- bila populasinya terbatas (N dan n diketahui nilainya) dan $\frac{n}{N} > 0,05$,

gunakan faktor koreksi $\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma / \sqrt{n} \sqrt{\frac{N-n}{N-1}}}$$

- bila populasinya terbatas (N dan n diketahui nilainya) dan $\frac{n}{N} \leq 0,05$ atau bila populasinya tidak terbatas (N tidak diketahui nilainya)

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}$$

Perhitungan t stat:

- bila populasinya terbatas (N dan n diketahui nilainya) dan $\frac{n}{N} > 0,05$,

gunakan faktor koreksi $\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$

$$t = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n} \sqrt{\frac{N-n}{N-1}}}; df = n - 1$$

- bila populasinya terbatas (N dan n diketahui nilainya) dan $\frac{n}{N} \leq 0,05$ atau

bila populasinya tidak terbatas (N tidak diketahui nilainya)

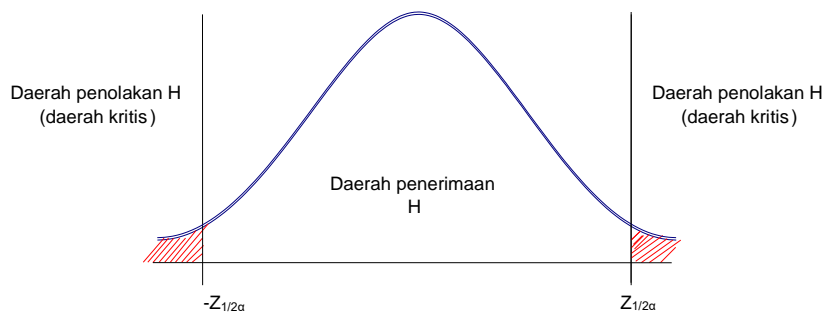
$$t = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}; df = n - 1$$

Catatan: bila proporsi populasinya (π) tidak diketahui nilainya dapat dianggap = 0,5.

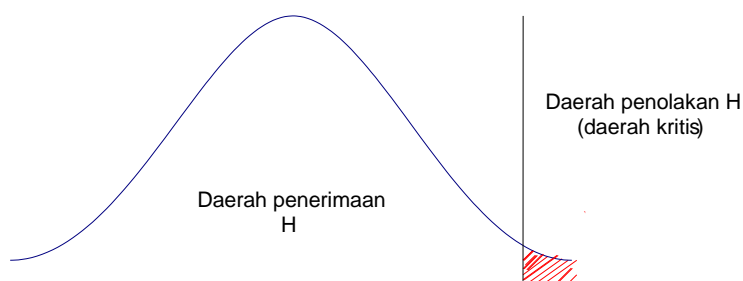
3) Menentukan batas daerah penerimaan dan penolakan

- $n > 30$, tentukan nilai Z table
- Gunakan tingkat signifikansi (α)
- Gambarkan daerah penolakan dan penerimaan hipotesis nol berdasarkan langkah 1.

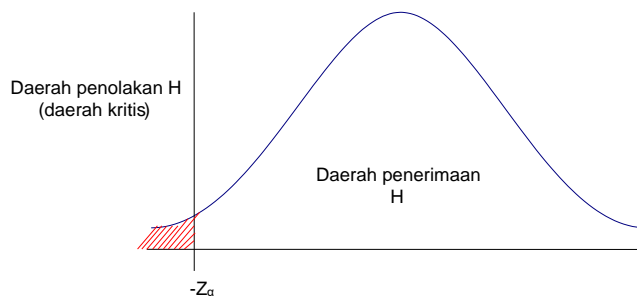
i. Uji 2 pihak



ii. Uji 1 pihak kanan



iii. Uji 1 pihak kiri



Keterangan : daerah yang diasir adalah daerah penolakan H_0 dan untuk $n \leq 30$, Z diganti dengan t .

4) Menentukan kriteria penerimaan atau penolakan

i. Untuk uji 2 pihak :

$$Z < -Z_{\alpha/2} \text{ atau } Z > Z_{\alpha/2}, H_0 \text{ ditolak}$$

$$-Z_{\alpha/2} \leq Z \leq Z_{\alpha/2}, H_0 \text{ tidak dapat ditolak}$$

ii. uji untuk 1 pihak kanan

$$Z > Z_\alpha, H_0 \text{ ditolak}$$

$$Z \leq Z_\alpha, H_0 \text{ tidak dapat ditolak}$$

iii. uji 1 pihak kiri

$$Z < -Z_\alpha, H_0 \text{ ditolak}$$

$$Z \geq -Z_\alpha, H_0 \text{ tidak dapat ditolak}$$

Nilai Z diganti dengan t jika $n \leq 30$.

5) Bandingkan nilai Z atau t (yang diperoleh pada tahap 2) dengan Z atau t tabel serta simpulkan apakah H_0 tidak dapat ditolak atau ditolak berdasarkan kriteria penerimaan/ penolakan.

6) Membuat kesimpulan secara lengkap

Contoh soal:

Suatu perusahaan mengklaim bahwa paling sedikit 95% dari peralatan yang dipasok ke suatu pabrik adalah sesuai dengan spesifikasi. Suatu pengujian dari sampel yang terdiri dari 200 buah peralatan memperlihatkan bahwa 22 diantaranya rusak . Ujilah klaim mereka pada tingkat resiko 5%.

Dik : $n = 200$ $\alpha = 5\%$

rusak = 22 buah , tidak rusak(sesuai spesifikasi) = $x = 178$ buah

Jawab :

1. $H_0 : \pi \geq 95\%$

$H_A : \pi < 95\%$ (uji pihak kiri)

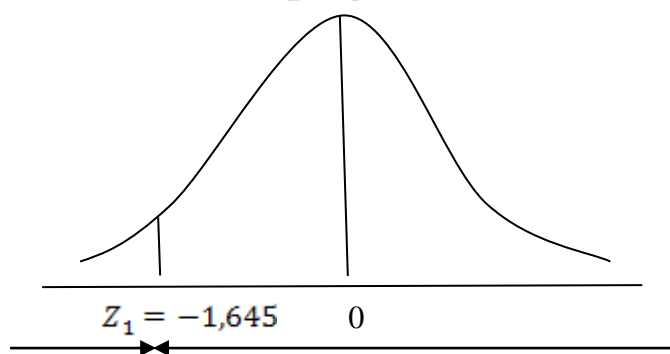
2.
$$Z = \frac{x/n - \pi}{\sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}}}$$

$$Z = \frac{178/200 - 0,95}{\sqrt{\frac{0,95(0,05)}{200}}} = -3,90$$

3. $Z_\alpha = 0.5 - 0.05 = 0.4500$ $Z_{0,4500} = 1,645$

4. Kriteria uji : uji 1 pihak kiri : $Z < Z_\alpha$, H_0 ditolak

$Z \geq Z_\alpha$, H_0 tidak dapat ditolak



Daerah penolakan H_0

Daerah penerimaan H_0

5. Ternyata $-3,90 < -1,645$, $Z < Z_\alpha$, H_0 ditolak

6. Kesimpulan : pada tingkat signifikansi 5% pernyataan perusahaan bahwa paling sedikit 95% dari peralatan yang dipasok ke suatu pabrik adalah sesuai dengan spesifikasi adalah tidak benar karena terdapat perbedaan signifikan.

Penyelesaian dengan menggunakan Software Minitab 14

- Masuk ke halaman utama minitab
- Klik stat-Basic statistis-1 proportion
- Pada summarized data isi:
- Number of trials : 200
- Number of events: 178
- Klik option- isi confidence level sebesar 95,
 - Test proportion : 0,95, alternative : Less than
- Berikan tanda Checklist pada use test and interval based on normal distribution
- Klik OK- Klik OK
- Output yang ditampilkan

Test and CI for One Proportion

Test of $p = 0.95$ vs $p < 0.95$

95%

Upper

Sample	X	N	Sample p	Bound	Z-Value	P-Value
1	178	200	0.890000	0.926392	-3.89	0.000

- Membaca Output lihat $Z = -3.89$, Bandingkan dengan Z table

- Kriteria

$Z < Z_{\alpha}, H_0$ ditolak

$Z \geq Z_{\alpha}, H_0$ tidak dapat ditolak

- Ternyata : $-3,89 < -1,645, Z < Z_{\alpha}, H_0$ ditolak

- Kesimpulan : pada tingkat signifikansi 5% pernyataan perusahaan bahwa paling sedikit 95% dari peralatan yang dipasok ke suatu pabrik adalah sesuai dengan spesifikasi adalah tidak benar karena terdapat perbedaan yang signifikan.

SOAL UJI HIPOTESIS RATA-RATA DAN PROPORSI

1. Pimpinan perusahaan sepeda motor menyatakan bahwa 90% dari barang-barang yang dihasilkan termasuk kualitas standard. Untuk membuktikan pernyataan itu, penelitian dilakukan pada 250 sepeda motor dari perusahaan tersebut dan ternyata 16 buah sepeda motor dinyatakan rusak (tidak termasuk kualitas standard). Ujilah pernyataan tersebut dengan taraf signifikansi 5%!
2. The director of manufacturing at a clothing factory needs to determine whether a new machine is producing a particular type of cloth according to the manufacturer's specifications, which indicate that the cloth should have a mean breaking strength of 70 pounds and a standard deviation of 3.5 pounds. A sample of 49 pieces of cloth reveals a sample mean breaking strength of 69.1 pounds.
 - a. State the null and alternative hypotheses
 - b. Is there evidence that the machine is not meeting the manufacturer's specifications for average breaking strength? (Use 0.05 level of significance)
3. Sebuah sampel random yang terdiri dari 40 kaleng susu bubuk yang dihasilkan oleh sebuah pabrik, pada kalengnya tertulis bahwa beratnya 400 gram. Setelah ditimbang satu persatu, ternyata menunjukkan berat rata-rata 389 gram dengan standard deviasi 35 gram. Jika digunakan 1% tingkat signifikansi, benarkah bahwa tulisan yang ada pada setiap kaleng susu itu menunjukkan berat susu yang sebenarnya?

4. Kepala Biro Umum Manchester menyatakan bahwa 80% karyawan Fakultas Ekonomi mempunyai nilai administrasi 80 ke atas. Untuk menguji kebenaran pernyataan itu diambil sebanyak 29 orang karyawan dan ternyata 23 orang menyatakan mendapat nilai lebih dari 80. Dengan taraf keyakinan 95%, benarkah pernyataan Kepala Biro Umum Manchester tersebut?
5. The Glen Valley Steel Company manufactures steel bars. If the production process is working properly, it turns out steel bars with mean length of at least 2.8 feet with a standard deviation of 0.20 foot (as determined from engineering specifications on the production equipment involved). Longer steel bars can be used or altered, but shorter bars must be scrapped. A sample of 25 bars is selected from the production line. The sample indicates a mean length of 2.73 feet. The company wants to determine whether the production equipment needs to be adjusted. If the company wants to test the hypothesis at the 0.05 level of significance, what decision would be made using the critical value approach to hypothesis testing?
6. Seorang pemilik pabrik rokok beranggapan bahwa setiap batang rokoknya mengandung nikotin paling banyak 21mg. dari 10 batang rokok yang dipilih secara random diperoleh hasil kandungan nikotin sebagai berikut: 20mg, 21mg, 22mg, 29mg, 25mg, 17mg, 20mg, 21mg, 22mg, dan 21mg. Dengan menggunakan $\alpha = 5\%$ dan standard deviasi 2,10. Ujilah pendapat tersebut?
7. Seorang produsen dari suatu obat paten tertentu mengemukakan bahwa obat itu 90% efektif dalam mengobati alergi selama 8 jam. Dalam sebuah sampel yang terdiri dari 200 orang yang menderita alergi tersebut, obat ini ternyata dapat menolong 160 orang, tentukanlah apakah pernyataan produsen tersebut adalah benar, dengan tingkat signifikansi 1%!
8. Daya tahan dari tali yang dihasilkan sebuah pabrik mempunyai nilai tengah 1800 N dan deviasi standard 100 N. Pemilik pabrik menyatakan bahwa dengan memakai teknologi modern dalam proses produksi maka daya tahan tali yang diproduksi dapat ditingkatkan. Untuk menguji pernyataan ini sebuah sampel yang terdiri dari 50 buah tali diuji coba dan ternyata nilai tengah daya tahannya adalah 1850 N. dapatkah kita menyetujui pernyataan diatas pada tingkat kepercayaan 99%?

9. Seorang pengusaha berpendapat bahwa lebih dari 70% ibu-ibu rumah tangga di Bandung suka berbelanja di super market. Oleh karena pengusaha itu akan mendirikan super market, maka dia meminta bantuan seorang konsultan untuk menguji pendapatnya tersebut. Ada 500 ibu-ibu rumah tangga yang diambil secara random dan ternyata 400 orang menyatakan suka berbelanja di super market. Dengan menggunakan $\alpha = 0.1$, ujilah pendapat tersebut!
10. The quality control manager at a lightbulb factory needs to determine whether the mean life of a large shipment of lightbulbs is equal to the specified value of 375 hours. The process standard deviation is known to be 100 hours. A random sample of 64 lightbulbs indicates a sample mean life of 350 hours. At the 0.05 level of significance is the evidence that the mean life is different from 375 hours?

JAWABAN UJI HIPOTESIS RATA-RATA DAN PROPORSI

1. Dik : $n = 250$ $\alpha = 5\%$

$$X = 234$$

Dit : Ujilah pernyataan tersebut

Jawab :

$$H_0 : \pi = 0.9$$

$$H_A : \pi \neq 0.9$$

$$Z = \frac{x/n - \pi}{\sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}}}$$

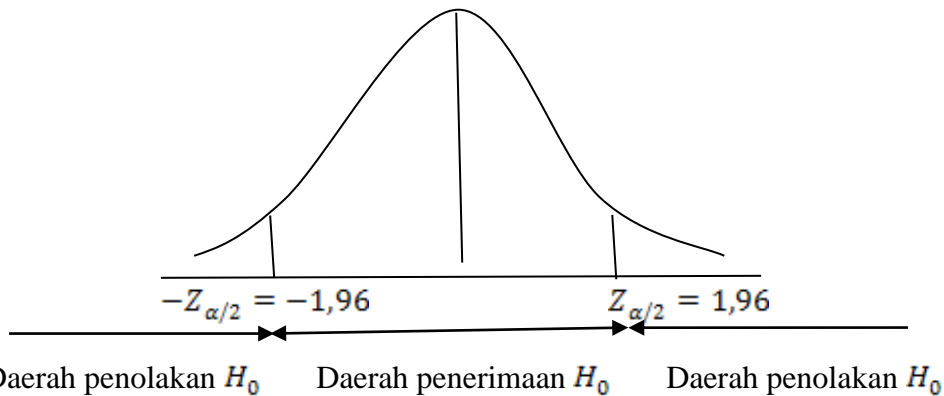
$$Z = \frac{234/250 - 0.9}{\sqrt{\frac{0.9(1-0.9)}{250}}}$$

$$Z = 1.8974$$

$$Z_{\alpha/2} = \frac{1-\alpha}{2} = 0.475 = 1.96$$

Kriteria uji : uji 2 pihak : $Z < -Z_{\alpha/2}$ atau $Z > Z_{\alpha/2}$, H_0 ditolak

$-Z_{\alpha/2} \leq Z \leq Z_{\alpha/2}$, H_0 tidak dapat ditolak



Ternyata: $-Z_{\alpha/2} \leq Z \leq Z_{\alpha/2}$, $-1.96 \leq 1.8974 \leq 1.96$, H_0 tidak dapat ditolak

Kesimpulan : pada tingkat signifikansi 5%, pernyataan pimpinan perusahaan tersebut bahwa 90% dari barang-barang yang dihasilkan termasuk kualitas standard adalah benar.

Penyelesaian dengan MINITAB

Test and CI for One Proportion

Test of $p = 0.5$ vs $p \text{ not } = 0.5$

Sample	X	N	Sample p	95% CI	Exact P-Value
1	234	250	0.936000	(0.898147, 0.962979)	0.000

Kriteria uji : P Value $> \alpha$; H_0 ditolak

P Value $\leq \alpha$; H_0 tidak dapat ditolak

Ternyata : P Value $\leq \alpha$; $0,0000 \leq 0,05$; H_0 tidak dapat ditolak

Kesimpulan : pada tingkat signifikansi 5%, pernyataan pimpinan perusahaan tersebut bahwa 90% dari barang-barang yang dihasilkan termasuk kualitas standard adalah benar.

2. Dik : $n = 49$ $\alpha = 5\%$ $\sigma = 3.5$

$\bar{x} = 69.1$ $\mu = 70$

Dit : a. State the null and alternative hypotheses, b. Is there evidence that the machine is not meeting the manufacturer's specifications for average breaking strength?

Answer :

a. $H_0 : \mu = 70$

$$H_A : \mu \neq 70$$

b. $H_0 : \mu = 70$

$$H_A : \mu \neq 70$$

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}}$$

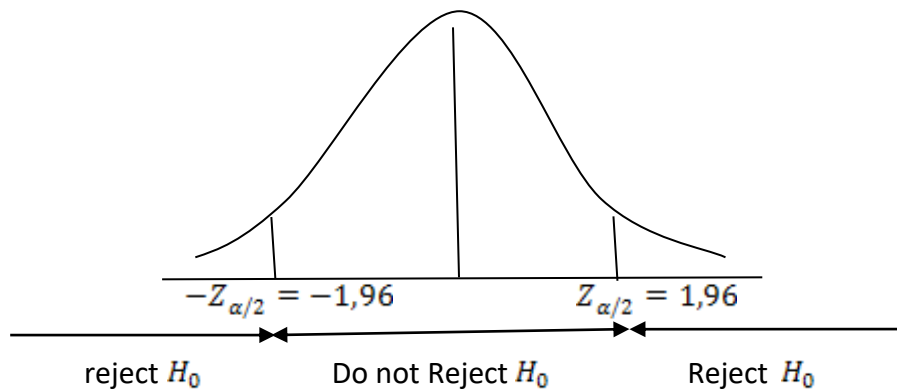
$$Z = \frac{69.1 - 70}{3.5 / \sqrt{49}}$$

$$Z = -1.8$$

$$Z_{\alpha/2} = \frac{1-\alpha}{2} = 0.475 = 1.96$$

Criteria : 2 tailed test : $Z < -Z_{\alpha/2}$ or $Z > Z_{\alpha/2}$, H_0 reject

$-Z_{\alpha/2} \leq Z \leq Z_{\alpha/2}$, H_0 do not reject



Fact: $-Z_{\alpha/2} \leq Z \leq Z_{\alpha/2}$, $-1.96 \leq -1.8 \leq 1.96$, H_0 do not reject

Conclusion : at the 5% level of significance, we can conclude there is no evidence that the machine is not meeting the manufacturer's specifications for average breaking strength.

Penyelesaian dengan MINITAB

One-Sample Z

Test of $\mu = 70$ vs not = 70

The assumed standard deviation = 3.5

N	Mean	SE Mean	95% CI	Z	P
49	69.1000	0.5000	(68.1200, 70.0800)	-1.80	0.072

Criteria : 2 tailed test : $Z < -Z_{\alpha/2}$ or $Z > Z_{\alpha/2}$, H_0 reject

$$-Z_{\alpha/2} \leq Z \leq Z_{\alpha/2}, H_0 \text{ do not reject}$$

Fact : $-Z_{\alpha/2} \leq Z \leq Z_{\alpha/2}$, $-1.96 \leq -1.8 \leq 1.96$, H_0 do not reject

Conclusion : at the 5% level of significance, we can conclude there is no evidence that the machine is not meeting the manufacturer's specifications for average breaking strength.

3. Dik : $n = 40$ $\alpha = 1\%$ $\sigma = 35$

$$\bar{x} = 389 \quad \mu = 400$$

Dit : Ujilah pernyataan tersebut

Jawab :

$$H_0 : \mu = 400$$

$$H_A : \mu \neq 400$$

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}}$$

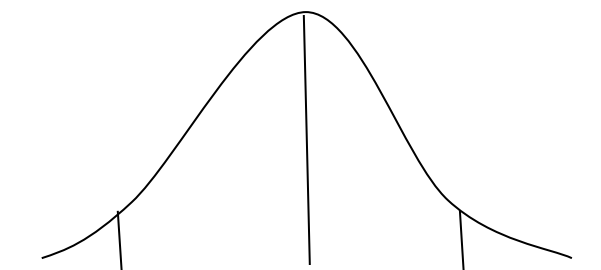
$$Z = \frac{389 - 400}{35 / \sqrt{40}}$$

$$Z = -1.99$$

$$Z_{\alpha/2} = \frac{1 - \alpha}{2} = 0.495 = 2.575$$

Kriteria uji : uji 2 pihak : $Z < -Z_{\alpha/2}$ atau $Z > Z_{\alpha/2}$, H_0 ditolak

$$-Z_{\alpha/2} \leq Z \leq Z_{\alpha/2}, H_0 \text{ tidak dapat ditolak}$$



$$-Z_{\alpha/2} = -2.575 \qquad Z_{\alpha/2} = 2.575$$

Daerah penolakan H_0 Daerah penerimaan H_0 Daerah penolakan H_0

Ternyata: $-Z_{\alpha/2} \leq Z \leq Z_{\alpha/2}$, $-2.575 \leq -1.99 \leq 2.575$, H_0 tidak dapat ditolak

Kesimpulan : jadi pada tingkat signifikansi 1%, apa yang tertulis dalam setiap kaleng (mengenai berat) adalah benar.

Penyelesaian dengan MINITAB

One-Sample Z

Test of mu = 400 vs not = 400
The assumed standard deviation = 35

N	Mean	SE Mean	99% CI	Z	P
40	389.000	5.534	(374.745, 403.255)	-1.99	0.047

Kriteria :

$Z < -Z_{\alpha/2}$ atau $Z > Z_{\alpha/2}$, H_0 ditolak

$-Z_{\alpha/2} \leq Z \leq Z_{\alpha/2}$, H_0 tidak dapat ditolak

Ternyata : $-Z_{\alpha/2} \leq Z \leq Z_{\alpha/2}$, $-2.575 \leq -1.99 \leq 2.575$, H_0 tidak dapat ditolak

Kesimpulan : jadi pada tingkat signifikansi 1%, apa yang tertulis dalam setiap kaleng (mengenai berat) adalah benar.

4. Dik : $n = 29$ $\alpha = 5\%$

$X = 23$

Dit : Ujilah pernyataan tersebut

Jawab :

$H_0 : \pi = 0.8$

$$H_A : \pi \neq 0.8$$

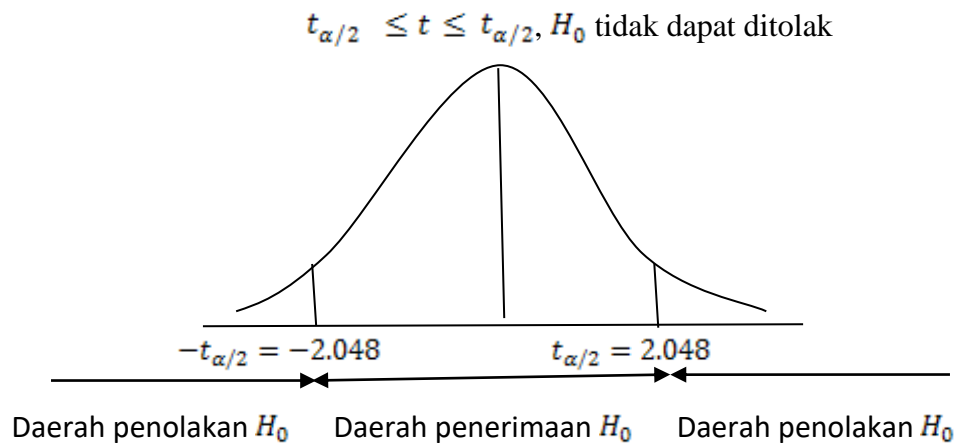
$$t = \frac{x/n - \pi}{\sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}}}$$

$$t = \frac{23/29 - 0.8}{\sqrt{\frac{0.8(1-0.8)}{29}}}$$

$$t = -0.09285$$

$$t_{\alpha/2} = 2.0484, df = n-1 = 28$$

Kriteria uji : uji 2 pihak : $t < -t_{\alpha/2}$ atau $t > t_{\alpha/2}$, H_0 ditolak



Ternyata: $t_{\alpha/2} \leq t \leq t_{\alpha/2}$, $-2.048 \leq -0.09285 \leq 2.048$, H_0 tidak dapat ditolak

Kesimpulan : pada tingkat signifikansi 5%, pernyataan KBU Manchester tersebut adalah benar.

Penyelesaian dengan MINITAB

Test and CI for One Proportion

Test of $p = 0.5$ vs $p \text{ not } = 0.5$

Exact					
Sample	X	N	Sample p	95% CI	P-Value
1	23	29	0.793103	(0.602753, 0.920058)	0.002

Kriteria : P Value $> \alpha$; H_0 ditolak

P Value $\leq \alpha$; H_0 tidak dapat ditolak

Ternyata : P Value $\leq \alpha$, $0,002 \leq 0,05$; H_0 tidak dapat ditolak

Kesimpulan : : pada tingkat signifikansi 5% pernyataan KBU Manchester tersebut adalah benar.

5. Dik : $n = 25$ $\alpha = 5\%$ $s = 0.20$

$\bar{x} = 2.73$ $\mu = 2.8$

Dit : what decision would be made using the critical value approach to hypothesis testing?

Jawab :

$H_0 : \mu \geq 2.8$

$H_A : \mu < 2.8$

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}}$$

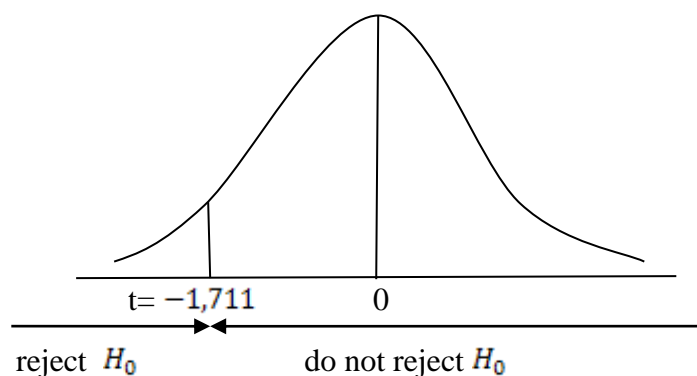
$$t = \frac{2.73 - 2.8}{0.20 / \sqrt{25}}$$

$$t = -1.75$$

$$t_{\alpha} = 1,711, \text{ df} = n-1 = 24$$

Criteria : one tailed test : $t < t_{\alpha}$, H_0 reject

$t \geq t_{\alpha}$, H_0 do not reject



Fact : $t < t_{\alpha}$, $-1.75 < -1,711 H_0$ reject

Conclusion: at the 0.05 level of significance, there is an evidence that the production process is not working properly, so the company needs to adjust the production equipment.

Penyelesaian dengan MINITAB

One-Sample T

Test of $\mu = 2.8$ vs < 2.8

N	Mean	StDev	SE Mean	95%		T	P
				Upper Bound			
25	2.73000	0.20000	0.04000	2.79844		-1.75	0.046

Kriteria : $t < t_{\alpha}$, H_0 reject

$t \geq t_{\alpha}$, H_0 do not reject

Fact : $t < t_{\alpha}$, $-1.75 < -1,711 H_0$ reject

Conclusion: at the 0.05 level of significance, there is an evidence that the production process is not working properly, so the company needs to adjust the production equipment.

6. Dik : $n = 10$ $\alpha = 5\%$ $s = 2.10$

$\bar{x} = 21,8$ $\mu = 21$

Dit : Ujilah pernyataan tersebut

Jawab :

$H_0 : \mu \leq 21$

$H_A : \mu > 21$

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}}$$

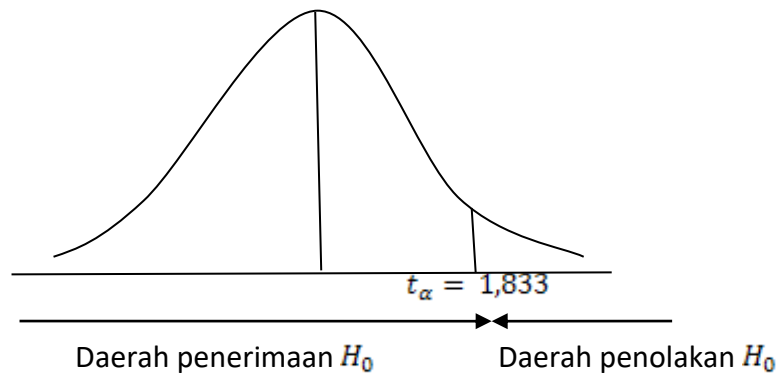
$$t = \frac{21.8 - 21}{2.10 / \sqrt{10}}$$

$$t = 1.2047$$

$$t_{\alpha} = 1,833, df = n - 1 = 9$$

Kriteria uji : uji 1 pihak kanan : $t > t_{\alpha}$, H_0 ditolak

$t \leq t_{\alpha}$, H_0 tidak dapat ditolak



Ternyata: $t \leq t_{\alpha}$, $1.2047 \leq 1.833$, H_0 tidak dapat ditolak

Kesimpulan : pada tingkat signifikansi 5%, pernyataan pemilik pabrik rokok bahwa setiap batang rokoknya mengandung nikotin paling banyak 21 mg adalah benar.

7. Dik : $n = 200$ $\alpha = 1\%$

$X = 160$

Dit : Ujilah pernyataan tersebut

Jawab :

$H_0 : \pi = 0.9$ (obat tersebut efektif dalam mengobati alergi selama 8 jam)

$H_A : \pi < 0.9$ (obat tersebut tidak efektif dalam mengobati alergi selama 8 jam)

$$Z = \frac{x/n - \pi}{\sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}}}$$

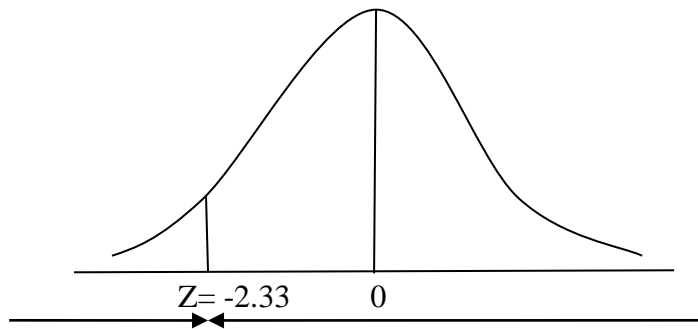
$$Z = \frac{160/200 - 0,9}{\sqrt{\frac{0,9(1-0,9)}{200}}}$$

$$Z = -4.714$$

$$Z_{\alpha} = 0.5 - 0.01 = 0.4900 \quad Z_{0,4900} = 2,33$$

Kriteria uji : uji 1 pihak kiri : $Z < Z_{\alpha}$, H_0 ditolak

$Z \geq Z_{\alpha}$, H_0 tidak dapat ditolak



Daerah penolakan H_0 Daerah penerimaan H_0

Ternyata: $Z < Z_{\alpha}$, $-4.714 < -2.33$, H_0 ditolak

Kesimpulan : jadi pada tingkat signifikansi 1%, pernyataan bahwa obat itu 90% efektif dalam mengobati alergi selama 8 jam adalah salah.

8. Dik : $n = 50$ $\alpha = 1\%$ $\sigma = 100N$

$\bar{x} = 1850N$ $\mu = 1800N$

Dit : Ujilah pernyataan tersebut

Jawab :

H_0 : $\mu = 1800N$ (kekuatan daya tahan tidak mengalami perubahan)

H_A : $\mu > 1800N$ (kekuatan daya tahan mengalami peningkatan)

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}}$$

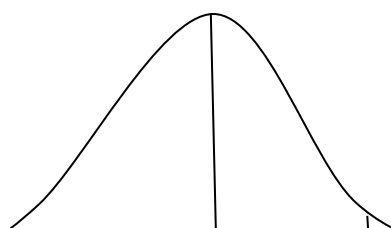
$$Z = \frac{1850 - 1800}{100 / \sqrt{50}}$$

$$Z = 3.54$$

$$Z_{\alpha} = 0.5 - 0.01 = 0.4900 \quad Z_{0.4900} = 2.33$$

Kriteria uji : uji 1 pihak kanan : $Z > Z_{\alpha}$, H_0 ditolak

$Z \leq Z_{\alpha}$, H_0 tidak dapat ditolak



$$Z_{\alpha} = 2.33$$

Daerah penerimaan H_0

Daerah penolakan H_0

Ternyata: $Z > Z_{\alpha}$, $3,54 > 2.33, H_0$ ditolak

Kesimpulan : jadi pada tingkat signifikansi 1%, pernyataan pemilik pabrik tersebut bahwa dengan memakai teknologi modern dalam proses produksi maka daya tahan tali yang diproduksi dapat ditingkatkan adalah benar.

9. Dik : $n = 500$ $\alpha = 10\%$

$$X = 400$$

Dit : Ujilah pernyataan tersebut

Jawab :

$$H_0 : \pi \leq 0.7$$

$$H_A : \pi > 0.7$$

$$Z = \frac{x/n - \pi}{\sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}}}$$

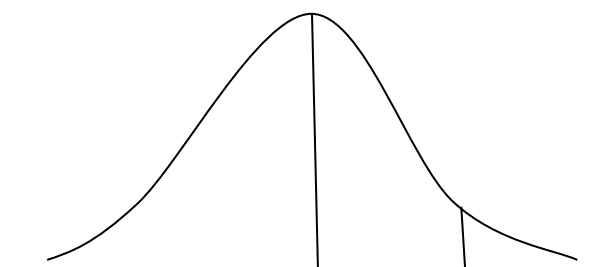
$$Z = \frac{400/500 - 0.7}{\sqrt{\frac{0.7(1-0.7)}{500}}}$$

$$Z = 4.87950$$

$$Z_{\alpha} = 1,285$$

Kriteria uji : uji 1 pihak kanan : $Z > Z_{\alpha}, H_0$ ditolak

$Z \leq Z_{\alpha}, H_0$ tidak dapat ditolak



$$Z_{\alpha} = 1,285$$

Daerah penerimaan H_0 Daerah penolakan H_0

Ternyata: $Z > Z_{\alpha}, 4.87950 > 1,285, H_0$ ditolak

Kesimpulan : jadi pada tingkat signifikansi 10%, pernyataan pengusaha tersebut bahwa lebih dari 70% ibu-ibu rumah tangga di Bandung suka berbelanja di super market adalah benar.

10. $n = 64$ $\alpha = 5\%$ $\sigma = 100$

$\bar{x} = 350$ $\mu = 375$

Dit : is the evidence that the mean life is different from 375 hours?

Jawab :

$H_0 : \mu = 375$

$H_A : \mu \neq 375$

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}}$$

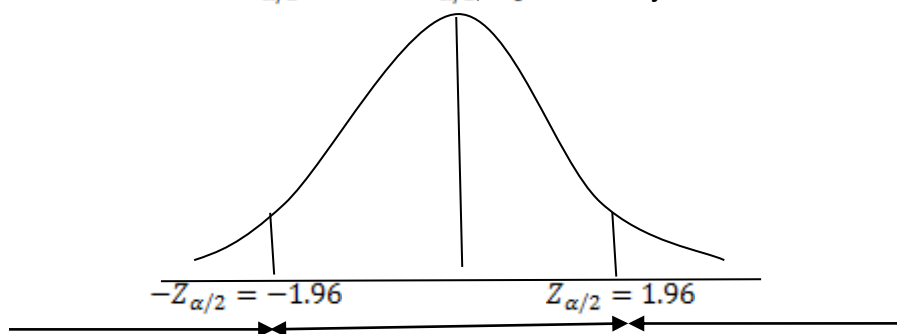
$$Z = \frac{350 - 375}{100 / \sqrt{64}}$$

$Z = -2$

$$Z_{\alpha/2} = \frac{1 - \alpha}{2} = 0.475 = 1.96$$

Criteria : 2 tailed test : $Z < -Z_{\alpha/2}$ or $Z > Z_{\alpha/2}, H_0$ reject

$-Z_{\alpha/2} \leq Z \leq Z_{\alpha/2}, H_0$ do not reject



reject H_0 do not reject H_0 reject H_0

Fact: $Z < -Z_{\alpha/2}$, $-2 < -1.96$, H_0 reject

Kesimpulan : so at the 0.05 level of significance, the mean life of a large shipment of lightbulbs is not equal to the specified value of 375 hours.

UJI HIPOTESIS SELISIH RATA – RATA DAN SELISIH PROPORSI

A. UJI HIPOTESIS SELISIH RATA-RATA

Menguji hipotesis selisih rata-rata digunakan pada saat terdapat dua rata-rata hitung. Uji hipotesis ini dimaksudkan untuk mengetahui apakah perbedaan rata-rata tersebut berasal dari sebuah populasi atau tidak.

Jika \bar{X}_1 dan \bar{X}_2 merupakan rata-rata dari dua buah sampel yang berukuran besar, masing-masing dengan ukuran n_1 dan n_2 , maka distribusi sampling selisih rata-rata ($\bar{X}_1 - \bar{X}_2$) akan mendekati distribusi normal dengan rata-rata simpangan baku.

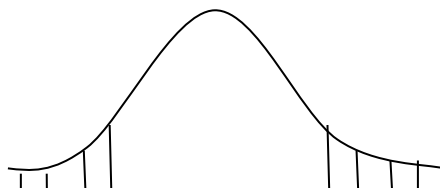
Perumusan hipotesis :

- Uji 2 Pihak

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2$$

$$H_A : \mu_1 \neq \mu_2$$

Kurva :



$$-Z_{\alpha/2} \qquad Z_{\alpha/2}$$

Kriteria :

$Z < -Z_{\alpha/2}$ atau $Z > Z_{\alpha/2}$; H_0 ditolak

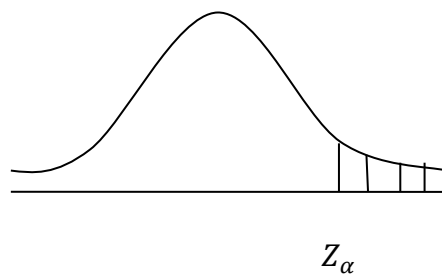
$-Z_{\alpha/2} \leq Z \leq Z_{\alpha/2}$; H_0 tidak dapat ditolak

▪ Uji Pihak Kanan

$$H_0 : \mu_1 \leq \mu_2$$

$$H_A : \mu_1 > \mu_2$$

Kurva :



Kriteria :

$Z > Z_{\alpha}$; H_0 ditolak

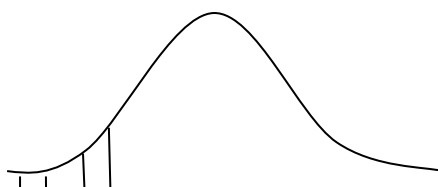
$Z \leq Z_{\alpha}$; H_0 tidak dapat ditolak

▪ Uji Pihak Kiri

$$H_0 : \mu_1 \geq \mu_2$$

$$H_A : \mu_1 < \mu_2$$

Kurva :



$$-Z_{\alpha}$$

Kriteria :

$Z < -Z_{\alpha}$; H_0 ditolak

$Z \geq -Z_{\alpha}$; H_0 tidak dapat ditolak

Keterangan:

- Untuk sampel kecil ubah Z menjadi t
- Untuk proporsi ubah μ menjadi π

Rumus hitung:

$$\mu_{sr} = \mu_1 - \mu_2$$

$$\sigma_{sr} = \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$$

μ_{sr} = selisih dua rata-rata hitung

μ_1 = rata-rata hitung populasi 1

μ_2 = rata-rata hitung populasi 2

σ_{sr} = standar deviasi selisih dua populasi

σ_1 = standar deviasi populasi 1

σ_2 = standar deviasi populasi 2

n_1 = jumlah sampel pada populasi 1

n_2 = jumlah populasi pada sampel 2

Rumus sampel besar ($n > 30$)

$$Z = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - \mu_{sr}}{\sigma_{sr}}$$

Z = nilai uji statistic (Z hitung)

\bar{X}_1 = rata-rata hitung sampel 1

\bar{X}_2 = rata-rata hitung sampel 2

Jika σ_1^2 dan σ_2^2 tidak diketahui maka :

$$Z = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - \mu_{sr}}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}}$$

Rumus sampel kecil ($n \leq 30$)

$$t = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - \mu_{sr}}{\sigma_{sr}}$$

Jika σ_1^2 dan σ_2^2 tidak diketahui, tetapi diketahui bahwa $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ maka :

$$t = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - \mu_{sr}}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}}$$

Jika σ_1^2 dan σ_2^2 tidak diketahui, tetapi diketahui bahwa $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ maka :

$$S = \sqrt{\frac{(n_1-1)(s_1^2) + (n_2-1)(s_2^2)}{(n_1+n_2)-2}}$$

$$t = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2)}{s \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} ; df = (n_1 + n_2) - 2$$

t = nilai distribusi t

s = varians gabungan

s_1^2 = varians sampel 1

s_2^2 = varians sampel 2

df = derajat kebebasan

Contoh Soal

Seorang peneliti ingin membuktikan kualitas tepung terigu A lebih bagus daripada tepung terigu B. Dimambil 12 orang konsumen tepung terigu A dan 10 orang konsumen tepung terigu B. Konsumen tepung terigu A memberi nilai rata-rata 80 dengan simpangan baku 4 and konsumen tepung terigu B memberi nilai rata-rata 75 dengan simpangan baku 4,5. Ujilah hipotesis kedua kualitas tepung terigu tersebut, dengan alternative kualitas tepung terigu A lebih baik dari kualitas tepung terigu B! Gunakan taraf nyata 5%!

Diketahui :

$$n_1 = 12 \qquad \bar{X}_1 = 80 \qquad s_1 = 4$$

$$n_2 = 10 \qquad \bar{X}_2 = 75 \qquad s_2 = 4,5$$

Ditanya :

$$\mu_1 > \mu_2$$

Jawab :

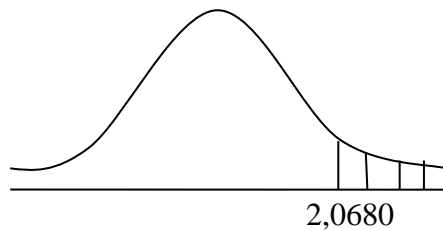
$$H_0 : \mu_1 \leq \mu_2$$

$$H_A : \mu_1 > \mu_2$$

$$\begin{aligned}
 S &= \sqrt{\frac{(n_1-1)(s_1^2) + (n_2-1)(s_2^2)}{(n_1+n_2)-2}} \\
 &= \sqrt{\frac{(12-1)(4^2) + (10-1)(4,5^2)}{(12+10)-2}} \\
 &= 4,232316151
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 t &= \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2)}{s \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} \\
 &= \frac{(80-75)-0}{4,232316151 \sqrt{\frac{1}{12} + \frac{1}{10}}} \\
 &= 2,759123786 \approx 2,76
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 df &= (n_1 + n_2) - 2 & \alpha &= 0,05 \\
 &= (12 + 10) - 2 = 20 & t_{\alpha} &= 2,0680
 \end{aligned}$$



Kriteria :

$t > t_{\alpha}$; H_0 ditolak

$t \leq t_{\alpha}$; H_0 tidak dapat ditolak

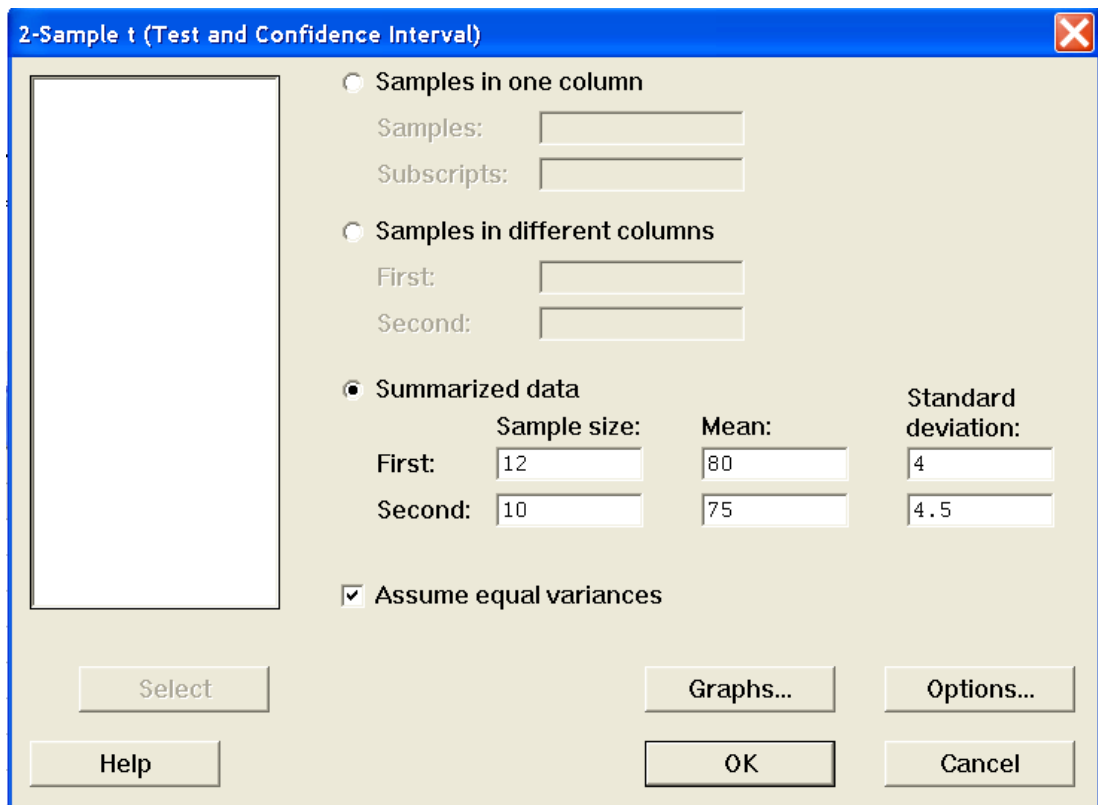
Ternyata : $2,76 > 2,0680$ atau $t > t_{\alpha}$; H_0 ditolak

Kesimpulan : Dengan tingkat signifikansi 5% dapat kita simpulkan bahwa kualitas tepung terigu A lebih baik dibandingkan kualitas tepung terigu B.

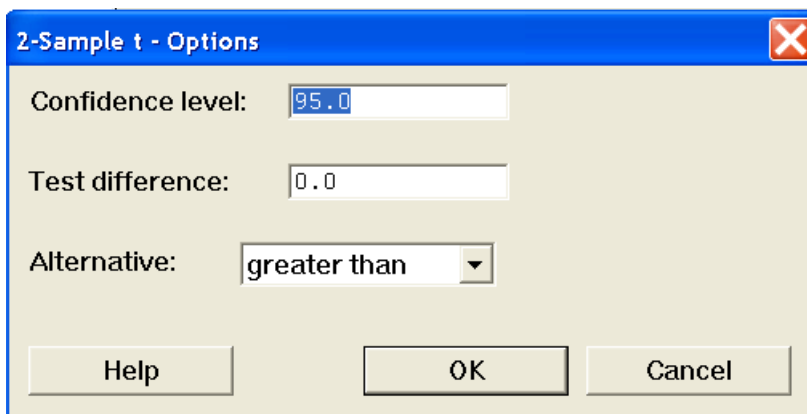
Penyelesaian Menggunakan Software MINITAB

Langkah-langkah :

1. Klik Stat – Basic Statistic – 2 Sample t
2. Isi Summarized data



3. Checklist assume Equal variance
4. Klik options



5. Tentukan Confident level
6. Klik OK – Klik OK

Output MINITAB

Two-Sample T-Test and CI

Sample N Mean StDev SE Mean

1	12	80.00	4.00	1.2
2	10	75.00	4.50	1.4

Difference = mu (1) - mu (2)

Estimate for difference: 5.00000

95% lower bound for difference: 1.87452

T-Test of difference = 0 (vs >): T-Value = 2.76 P-Value = 0.006 DF = 20

Both use Pooled StDev = 4.2323

Kriteria :

$P\text{-Value} \leq \alpha$; H_0 ditolak

$P\text{-Value} > \alpha$; H_0 tidak dapat ditolak

Ternyata $0,006 < 0,05$ atau $P\text{-Value} < \alpha$; H_0 ditolak

Kesimpulan : Dengan tingkat signifikansi 5% dapat kita simpulkan bahwa kualitas tepung terigu A lebih baik dibandingkan kualitas tepung terigu B

B. UJI HIPOTESIS SELISIH PROPORSI

Proporsi dari dua populasi juga mengikuti kaidah normal, begitu juga dengan distribusi selisih dua proporsinya. Oleh sebab itu, proses pengujian selisih proporsi dapat menggunakan distribusi Z.

$$\mu_{sp} = \pi_1 - \pi_2$$

$$\sigma_{sp} = \sqrt{\frac{\pi_1(1-\pi_1)}{n_1} + \frac{\pi_2(1-\pi_2)}{n_2}}$$

μ_{sp} = selisih dua proporsi

π_1 = proporsi populasi 1

π_2 = proporsi populasi 2

σ_{sp} = standar deviasi selisih dua proporsi

Rumus hitung

$$Z = \frac{\left(\frac{x_1}{n_1} - \frac{x_2}{n_2}\right) - \mu_{sp}}{\sigma_{sp}}$$

x_1 = kejadian sukses pada sampel 1

x_2 = kejadian sukses pada sampel 2

Jika π_1 dan π_2 tidak diketahui

$$Z = \frac{\left(\frac{x_1}{n_1} - \frac{x_2}{n_2}\right)}{\sqrt{\pi(1 - \pi)\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}$$

dimana,

$$\pi = \frac{x_1 + x_2}{n_1 + n_2} \text{ (sujana dan suharyadi)}$$

Contoh Soal

Seorang mahasiswa melakukan penelitian terhadap konsumen anak-anak yang menyukai permen A dan B. Dari penelitian diperoleh data bahwa dari 500 anak-anak di daerah X ada 300 orang yang menyukai permen A, sedangkan dari 500 anak-anak di daerah Y ada 250 anak-anak yang menyukai permen A. Dengan menggunakan tingkat signifikansi 5%, dapatkan mahasiswa tersebut menyatakan bahwa terdapat perbedaan proporsi terhadap anak-anak yang menyukai permen A di daerah X dan Y?

Diketahui :

$$n_1 = 500$$

$$x_1 = 300$$

$$n_2 = 500 \quad x_2 = 250$$

Ditanya :

Apakah terdapat perbedaan proporsi terhadap anak-anak yang menyukai permainan A di daerah X dan Y dengan $\alpha = 5\%$?

Jawab :

$$H_0 : \pi_1 = \pi_2$$

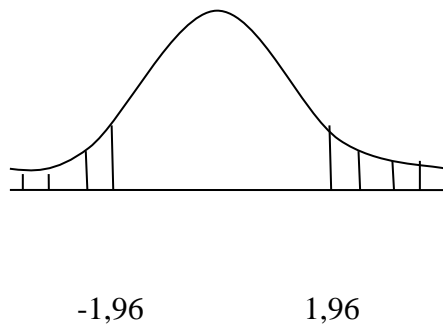
$$H_A : \pi_1 \neq \pi_2$$

$$\begin{aligned} \pi &= \frac{x_1 + x_2}{n_1 + n_2} \\ &= \frac{300 + 250}{500 + 500} \\ &= 0,55 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Z &= \frac{\left(\frac{x_1}{n_1} - \frac{x_2}{n_2}\right)}{\sqrt{\pi(1-\pi)\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}} \\ &= \frac{\left(\frac{300}{500} - \frac{250}{500}\right) - 0}{\sqrt{0,55(1-0,55)\left(\frac{1}{500} + \frac{1}{500}\right)}} \\ &= 3,178208631 \approx 3,18 \end{aligned}$$

$$\frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0,05}{2} = 0,475 \quad Z = \pm 1,96$$

Kurva :



Kriteria :

$Z < -Z_{\alpha/2}$ atau $Z > Z_{\alpha/2}$; H_0 ditolak

$-Z_{\alpha/2} \leq Z \leq Z_{\alpha/2}$; H_0 tidak dapat ditolak

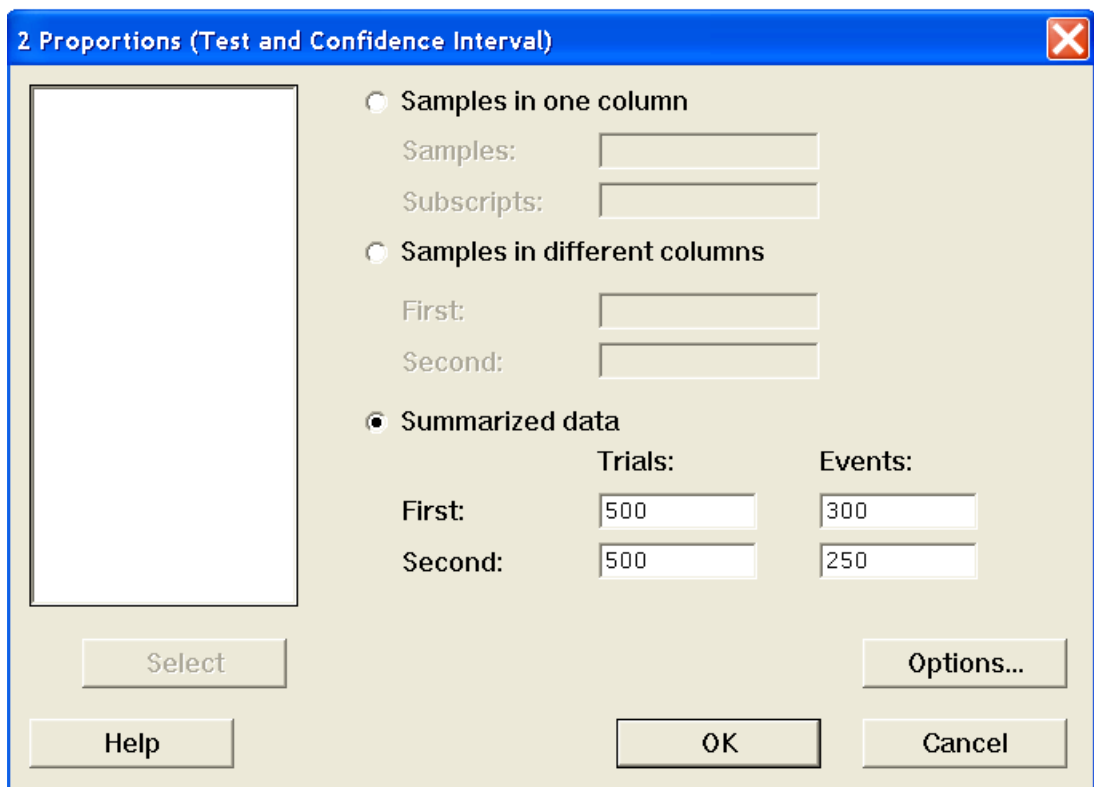
Ternyata $3,18 > 1,96$ atau $Z > Z_{\alpha/2}$; H_0 ditolak

Kesimpulan : Dengan tingkat signifikansi 5% dapat disimpulkan bahwa terdapat perbedaan proporsi terhadap anak-anak yang menyukai permen A di daerah X dan Y.

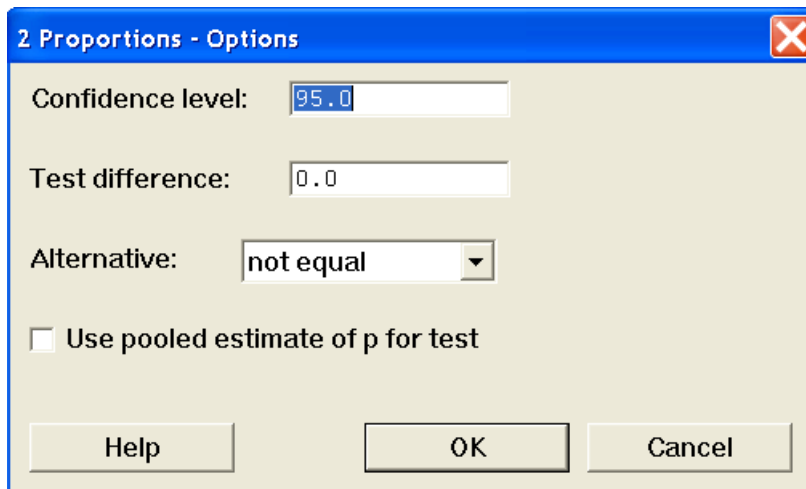
Penyelesaian Menggunakan Software MINITAB

Langkah-langkah :

1. Klik Stat – Basic Statistics – 2 Proportion
2. Isi Summarized Data



3. Klik Options



4. Tentukan Confident level
5. Klik OK – Klik OK

Output MINITAB

Test and CI for Two Proportions

Sample	X	N	Sample p
1	300	500	0.600000
2	250	500	0.500000

Difference = p (1) - p (2)

Estimate for difference: 0.1

95% CI for difference: (0.0386434, 0.161357)

Test for difference = 0 (vs not = 0): Z = 3.19 P-Value = 0.001

Kriteria :

$P\text{-Value} \leq \alpha$; H_0 ditolak

$P\text{-Value} > \alpha$; H_0 tidak dapat ditolak

Ternyata $0,001 < 0,05$ atau $P\text{-Value} < \alpha$; H_0 ditolak

Kesimpulan : Dengan tingkat signifikansi 5% dapat disimpulkan bahwa terdapat perbedaan proporsi terhadap anak-anak yang menyukai permen A di daerah X dan Y.

**SOAL UJI HIPOTESIS SELISIH RATA – RATA
DAN SELISIH PROPORSI**

1. Sebelum ada otonomi daerah, beberapa ahli meyakini adanya perbedaan pertumbuhan ekonomi antara kabupaten di Jawa dan luar Jawa. Semenjak otonomi, beberapa daerah di luar

Jawa mendapatkan proporsi besar anggaran. Untuk membuktikan apakah asumsi tersebut benar maka diadakan survey pada awal tahun terhadap 39 kabupaten di Jawa dan ternyata 33 kabupaten menunjukkan pertumbuhan baik diatas 7%. Sedangkan dari 31 kabupaten di luar Jawa ternyata 29 kabupaten mengalami pertumbuhan baik juga diatas 7%. Pada tingkat kepercayaan 1% , ujilah bahwa proporsi anggaran kabupaten di Jawa lebih banyak mengalami pertumbuhan dibandingkan dengan luar Jawa.

2. Salah satu indikator bank yang sehat adalah nilai NPL (non performing loan) yang rendah. Hal ini menunjukkan adanya kehati-hatian dalam memberikan kredit dibank. Ada asumsi bahwa bank BUMN mempunyai nilai NPL lebih rendah dibandingkan bank swasta. Untuk membuktikan asumsi tersebut dipilih 4 sampel bank BUMN dengan rata-rata NPL 6% dan standar deviasinya 1,27%. Untuk bank swasta dipilih 16 bank dengan rata-rata NPL 11,8% dan standar deviasi 3,87. Dengan taraf nyata 1% apakah asumsi tersebut dapat terbukti?

3. Shirley Brown, an agricultural economist. She implemented an experiment to compare turkey dung and cow manure as fertilizer. She wants to know that the turkey dung has a higher productivity result. Turkey dung was applied to one set of 20 randomly selected fields. The sample mean productivity was 100. From past experience the variance in productivity for these fields was assumed to be 400. Cow manure was applied to second random sample of 22 fields, and the sample mean productivity was 115. Based on published research report , the variance for these fields was assumed to be 625. Is there was a strong evidence that productivity increased over the productivity that occurred with turkey dung?

4. A sporting goods store operates in a medium-sized shopping mall. We know that the samples of 15 Saturdays and 15 Monday from population of several years data. The mean of sales on Monday is 1078 and 908,2 on Saturdays. We assumed the standard deviation for sales on Monday 633 and 469,8 for Saturday. In order to plan staffing levels, the manager has asked for your assistance to determine if there is strong evidence that Monday sales are higher than Saturday sales.

5. A study was conducted to determine if there was a difference in humor content in British and American trade magazine advertisement. In a independent random sample of 270 American trade magazine advertisements, 56 were humorous. An independent random sample of 203 British trade magazine advertisements contained 52 humorous ads. Do these

data provide evidence that there is a difference in the proportion of humorous ads in British versus American trade magazines?

6. Didapat hasil dari sebuah kuisioner dari para konsumen sebuah produk di kota A dan kota B. Di kota A terdapat 138 dari 240 orang konsumen meyakini puas dan di kota B terdapat 128 dari 240 menyatakan puas terhadap produk tersebut. Ujilah hipotesis kedua pendapat tersebut, dengan alternative keduanya tidak sama. Gunakan tingkat signifikansi 5%!

7. Dari 125 sampel acak British entrepreneur, rata-rata dari perubahan pekerjaannya adalah 1,91 dan standar deviasinya adalah 1,32. Sedangkan dari 86 sampel acak manajer British corporate rata-rata perubahan pekerjaannya adalah 0,21 dengan standar deviasi 0,53. Ujilah hipotesis yang menyatakan bahwa rata-rata dari tiap populasi adalah sama dan alternatifnya menyatakan bahwa rata-rata dari perubahan pekerjaan pada British entrepreneur lebih tinggi dibandingkan manajer British corporate!

8. Seorang pakar politik ingin membandingkan karakteristik mahasiswa yang mengikuti dan yang tidak mengikuti pemilu nasional terakhir. Terdapat 114 mahasiswa yang mengikuti pemilu dengan rata-rata poin peringkat 2,71 dan standar deviasi 0,64. Sedangkan dari 123 mahasiswa yang tidak mengikuti pemilu memiliki rata-rata poin peringkat 2,79 dan standar deviasi 0,56. Ujilah apakah terdapat perbedaan rata-rata diantara kedua populasi tersebut !

9. Di sebuah pabrik telah dilakukan penyelesaian semacam proyek. Mula-mula dikerjakan 40 orang buruh dengan menggunakan metode A, kemudian dengan metode B telah dikerjakan oleh 50 orang buruh. Rata-rata waktu yang diperlukan setiap orang dalam penyelesaian proyek tersebut oleh metode A dan B masing-masing adalah 55 menit dan 58 menit. Jika simpangan bakunya masing – masing 5,5 and 8 menit, tentukan apakah kedua metode tersebut mempunyai perbedaan yang nyata atau tidak untuk menyelesaikan proyek tersebut!

10. Sebuah sampel yang terdiri atas 100 lampu macam A dan sebuah sampel yang terdiri dari 75 lampu macam B telah diuji. Hasilnya ternyata untuk lampu A rata-ratanya dapat menyala hingga 1.194 jam, sedangkan lampu B hingga 1.232 jam. Untuk kedua macam lampu itu simpangan baku masing – masing adalah 91 jam dan 122 jam. Ujilah apakah ada cukup alasan untuk menyatakan bahwa lampu B memiliki kualitas lebih baik dari lampu A?

**JAWABAN UJI HIPOTESIS SELISIH RATA – RATA
DAN SELISIH PROPORSI**

1. Diketahui :

$$\begin{array}{lll} x_1 = 33 & n_1 = 39 & \alpha = 0,01 \\ x_2 = 29 & n_2 = 31 & \end{array}$$

Ditanya :

$$\pi_1 > \pi_2$$

Jawab :

$H_0 : \pi_1 \leq \pi_2$; proporsi anggaran kabupaten di Jawa kurang mengalami pertumbuhan jika dibandingkan dengan di luar Jawa

$H_A : \pi_1 > \pi_2$; proporsi anggaran kabupaten di Jawa lebih banyak mengalami pertumbuhan dibandingkan dengan luar Jawa

$$\frac{x_1}{n_1} = \frac{33}{39} = 0,85$$

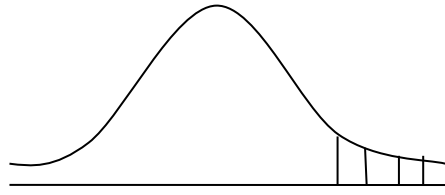
$$\frac{x_2}{n_2} = \frac{29}{31} = 0,94$$

$$\begin{aligned} \pi &= \frac{x_1 + x_2}{n_1 + n_2} \\ &= 0,8857 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Z &= \frac{\left(\frac{x_1}{n_1} - \frac{x_2}{n_2}\right)}{\sqrt{\pi(1-\pi)\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}} \\ &= \frac{0,85 - 0,94}{\sqrt{0,8857(1-0,8857)\left(\frac{1}{39} + \frac{1}{31}\right)}} \\ &= -1,094914715 \approx -1,10 \end{aligned}$$

$$Z_\alpha = 0,5 - 0,01 = 0,49$$

$$Z = 2,33$$



2,33 Kriteria :

$Z > Z_{\alpha}$; H_0 ditolak

$Z \leq Z_{\alpha}$; H_0 tidak dapat ditolak

Ternyata $-1,10 < 2,33$ atau $Z < Z_{\alpha}$; H_0 tidak dapat ditolak

Kesimpulan : Dengan tingkat signifikansi sebesar 1% maka dapat disimpulkan bahwa selisih proporsi daerah kabupaten di Jawa maupun di luar Jawa tidak memiliki perbedaan.

MINITAB

```
Difference = p (1) - p (2)
Estimate for difference: -0.0893300
90% lower bound for difference: -0.182494
Test for difference = 0 (vs > 0): Z = -1.23 P-Value = 0.890
```

* NOTE * The normal approximation may be inaccurate for small samples.

Fisher's exact test: P-Value = 0.287 (?)

Kriteria :

$P\text{-Value} \leq \alpha$; H_0 ditolak

$P\text{-Value} > \alpha$; H_0 tidak dapat ditolak

Ternyata $0,890 > 0,05$ atau $P\text{-Value} > \alpha$; H_0 tidak dapat ditolak

Kesimpulan :

Dengan tingkat signifikansi sebesar 1% maka H_0 tidak dapat ditolak, dapat disimpulkan bahwa selisih proporsi daerah kabupaten di Jawa maupun di luar Jawa tidak memiliki perbedaan.

2. Diketahui :

$$\bar{x}_1 = 6\% \qquad s_1 = 1,27\% \qquad n_1 = 4 \qquad \alpha = 0,01$$

$$\bar{X}_2 = 11,8\% \quad s_2 = 3,87\% \quad n_2 = 16$$

Ditanya :

$$\mu_1 < \mu_2$$

Jawab :

$H_0 : \mu_1 \geq \mu_2$; NPL bank BUMN lebih besar dari bank swasta

$H_A : \mu_1 < \mu_2$; NPL bank BUMN lebih kecil dari bank swasta

$$S = \sqrt{\frac{(n_1-1)(s_1^2) + (n_2-1)(s_2^2)}{(n_1+n_2)-2}}$$

$$= 3,57006385$$

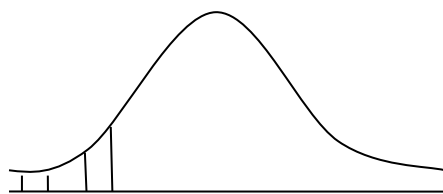
$$t = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2)}{s \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$$

$$= \frac{6 - 11,8}{3,5701 \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{16}}}$$

$$= -2,9061$$

$$df = (n_1 + n_2) - 2 \quad t = 2.8784$$

$$= (4+16)-2 = 18$$



-2,874

Kriteria : $t < -t_\alpha$; H_0 ditolak

$t \geq -t_\alpha$; H_0 tidak dapat ditolak

Ternyata : $-2,9061 < -2,8784$ atau $t < t_{\alpha}$; H_0 tidak dapat ditolak

Dengan tingkat signifikansi 1% maka H_0 tidak dapat ditolak, ini menunjukkan bahwa rata-rata nilai NPL bank BUMN lebih besar dari bank swasta.

3. Diketahui :

$$\bar{X}_1 = 100 \quad S_1^2 = 400 \quad n_1 = 20 \quad \alpha = 0,05$$

$$\bar{X}_2 = 115 \quad S_2^2 = 625 \quad n_2 = 22$$

Ditanya :

$$\mu_1 > \mu_2$$

Jawab :

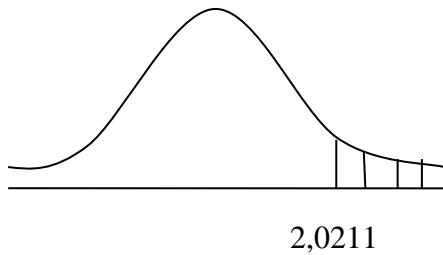
$H_0 : \mu_1 \leq \mu_2$; the turkey dung has less productivity result than cow manure.

$H_A : \mu_1 > \mu_2$; the turkey dung has a higher productivity result than cow manure.

$$\begin{aligned} S &= \sqrt{\frac{(n_1-1)(s_1^2) + (n_2-1)(s_2^2)}{(n_1+n_2)-2}} \\ &= \sqrt{\frac{(20-1)(625) + (22-1)(400)}{(20+22)-2}} \\ &= 22,5138846 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} t &= \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2)}{s \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} \\ &= \frac{(115-100)}{22,5138846 \sqrt{\frac{1}{20} + \frac{1}{22}}} \\ &= 2,156465509 \approx 2,16 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} df &= (n_1 + n_2) - 2 & \alpha &= 0,05 \\ &= (20 + 22) - 2 = 40 & t_{\alpha} &= 2,0211 \end{aligned}$$



Kriteria :

$t > t_{\alpha}$; H_0 rejected

$t \leq t_{\alpha}$; H_0 can not be rejected

Fact : $2,16 > 2,0211$ or $t > t_{\alpha}$; H_0 rejected

With 0,05 significance level, she can conclude that there is overwhelming evidence that turkey dung result is higher productivity than cow manure.

MINITAB

Sample	N	Mean	StDev	SE Mean
1	20	100.0	20.0	4.5
2	22	115.0	25.0	5.3

```
Difference = mu (1) - mu (2)
Estimate for difference: -15.0000
95% lower bound for difference: -26.8418
T-Test of difference = 0 (vs >): T-Value = -2.13 P-Value = 0.980 DF = 40
Both use Pooled StDev = 22.7624
```

Criteria

$P\text{-Value} \leq \alpha$; H_0 rejected

$P\text{-Value} > \alpha$; H_0 can not be rejected

Fact $0,037 < 0,05$ or $P\text{-Value} \leq \alpha$; H_0 rejected

Conclusion :

With 0,05 significance level, she can conclude that there is overwhelming evidence that turkey dung result is higher productivity than cow manure.

4. Diketahui :

$$\bar{x}_1 = 1078 \quad s_1 = 633 \quad n_1 = 15 \quad \alpha = 0,05$$

$$\bar{x}_2 = 908,2 \quad s_2 = 469,8 \quad n_2 = 15$$

Ditanya :

$$\mu_1 > \mu_2$$

Jawab :

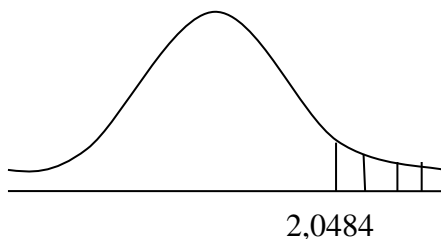
$H_0 : \mu_1 \leq \mu_2$; Monday sales are less than Saturday sales.

$H_A : \mu_1 > \mu_2$; Monday sales are higher than Saturday sales.

$$\begin{aligned} S &= \sqrt{\frac{(n_1-1)(s_1^2) + (n_2-1)(s_2^2)}{(n_1+n_2)-2}} \\ &= \sqrt{\frac{(15-1)(633^2) + (15-1)(469,8^2)}{(15+15)-2}} \\ &= 557,4051668 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} t &= \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)}{s \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} \\ &= \frac{(1078 - 908,2)}{557,4051668 \sqrt{\frac{1}{15} + \frac{1}{15}}} \\ &= 0,8342521365 \approx 0,8343 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} df &= (n_1 + n_2) - 2 & \alpha &= 0,05 \\ &= (15 + 15) - 2 = 28 & t_\alpha &= 2,0484 \end{aligned}$$



Kriteria :

$t > t_\alpha$; H_0 reject

$t \leq t_\alpha$; H_0 do not reject

Fact : $0,8343 < 2,0484$ or $t < t_{\alpha}$; H_0 do not reject

With 0,05 significance level, we conclude that there is not sufficient evidence to reject the null hypothesis and there is no reason to conclude that mean sales on Mondays are higher.

MINITAB

Sample	N	Mean	StDev	SE Mean
1	15	1078	633	163
2	15	908	470	121

Difference = mu (1) - mu (2)
 Estimate for difference: 169.800
 95% lower bound for difference: -176.441
 T-Test of difference = 0 (vs >): T-Value = 0.83 P-Value = 0.206 DF = 28
 Both use Pooled StDev = 557.4052

Criteria :

P-Value $\leq \alpha$; H_0 reject

P-Value $> \alpha$; H_0 do not reject

Fact $0,411 > 0,05$ or P-Value $> \alpha$; H_0 do not reject

Conclusion :

With 0,05 significance level, we conclude that there is not sufficient evidence to reject the null hypothesis and there is no reason to conclude that mean sales on Mondays are higher.

5. Diketahui :

$$x_1 = 56 \quad n_1 = 270 \quad \alpha = 0,05$$

$$x_2 = 52 \quad n_2 = 203$$

Ditanya :

$$\pi_1 \neq \pi_2$$

Jawab :

$H_0 : \pi_1 = \pi_2$; there is no difference in the proportion of humorous ads in British versus American trade magazines

$H_A : \pi_1 \neq \pi_2$; there is a difference in the proportion of humorous ads in British versus American trade magazines

$$\frac{x_1}{n_1} = \frac{56}{270} = 0,21$$

$$\frac{x_2}{n_2} = \frac{52}{203} = 0,26$$

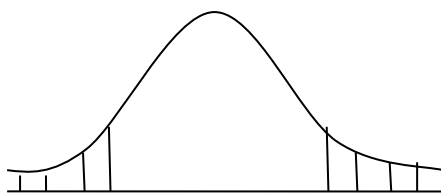
$$\begin{aligned}\pi &= \frac{x_1 + x_2}{n_1 + n_2} \\ &= 0,23\end{aligned}$$

$$Z = \frac{\left(\frac{x_1}{n_1} - \frac{x_2}{n_2}\right)}{\sqrt{\pi(1-\pi)\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}$$

$$= \frac{0,21 - 0,26}{\sqrt{0,23(1-0,23)\left(\frac{1}{270} + \frac{1}{203}\right)}}$$

$$= -1,278969107 \approx -1,28$$

$$Z_{\alpha/2} = \frac{1-0,05}{2} = 0,4750 \quad Z = 1,96$$



-1,96

1,96

Kriteria :

$Z < -Z_{\alpha/2}$ atau $Z > Z_{\alpha/2}$; H_0 reject

$-Z_{\alpha/2} \leq Z \leq Z_{\alpha/2}$; H_0 do not rejected

Fact : $-1,96 < -1,28 < 1,96$ or $-Z_{\alpha/2} < Z < Z_{\alpha/2}$; H_0 do not reject

With 0,05 significance level, that there is no difference in the proportion of humorous ads in British versus American trade magazines.

MINITAB

Test and CI for Two Proportions

Sample	X	N	Sample p
1	56	270	0.207407
2	52	203	0.256158

Difference = p (1) - p (2)
 Estimate for difference: -0.0487502
 90% CI for difference: (-0.113455, 0.0159550)
 Test for difference = 0 (vs not = 0): Z = -1.24 P-Value = 0.215

Criteria :

P-Value $\leq \alpha$; H_0 reject

P-Value $> \alpha$; H_0 do not reject

Fact $0,215 > 0,05$ or P-Value $> \alpha$; H_0 do not reject

With 0,05 significance level, that there is no difference in the proportion of humorous ads in British versus American trade magazines.

6. Diketahui :

$$x_1 = 138 \quad n_1 = 240 \quad \alpha = 0,05$$

$$x_2 = 128 \quad n_2 = 240$$

Ditanya : Ujilah hipotesisnya!

Jawab :

$H_0 : \pi_1 = \pi_2$; tidak ada perbedaan proporsi antara konsumen yang puas di kota A dan

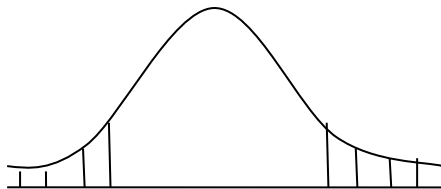
B

$H_A : \pi_1 \neq \pi_2$; tidak ada perbedaan proporsi antara konsumen yang puas di kota A dan B

$$\begin{aligned}\pi &= \frac{x_1 + x_2}{n_1 + n_2} \\ &= 0,55\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}z &= \frac{\left(\frac{x_1}{n_1} + \frac{x_2}{n_2}\right)}{\sqrt{\pi(1-\pi)\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}} \\ &= \frac{\left(\frac{138}{240} + \frac{128}{240}\right)}{\sqrt{0,55(1-0,55)\left(\frac{1}{240} + \frac{1}{240}\right)}} \\ &= 0,9174698043 \approx 0,92\end{aligned}$$

$$Z_{\alpha/2} = \frac{1-0,05}{2} = 0,4750 \quad Z = 1,96$$



-1,96

1,96

Kriteria :

$Z < -Z_{\alpha/2}$ atau $Z > Z_{\alpha/2}$; H_0 ditolak

$-Z_{\alpha/2} \leq Z \leq Z_{\alpha/2}$; H_0 tidak dapat ditolak

Ternyata $-1,96 < 0,92 < 1,96$ or $-Z_{\alpha/2} < Z < Z_{\alpha/2}$; H_0 tidak dapat ditolak

Kesimpulan:

Dengan tingkat signifikansi 5%, dinyatakan bahwa tidak terdapat perbedaan antara proporsi konsumen yang puas di kota A dan B.

MINITAB

Test and CI for Two Proportions

Sample	X	N	Sample p
1	138	240	0.575000
2	128	240	0.533333

Difference = p (1) - p (2)

Estimate for difference: 0.0416667

95% CI for difference: (-0.0471884, 0.130522)

Test for difference = 0 (vs not = 0): Z = 0.92 P-Value = 0.358

Kriteria :

P-Value $\leq \alpha$; H_0 ditolak

P-Value $> \alpha$; H_0 tidak dapat ditolak

Ternyata $0,358 > 0,05$ or P-Value $> \alpha$; H_0 tidak dapat ditolak

Kesimpulan :

Dengan tingkat signifikansi 5%, dinyatakan bahwa tidak terdapat perbedaan antara proporsi konsumen yang puas di kota A dan B.

7. Diketahui :

$$\bar{x}_1 = 1,91 \quad \sigma_1 = 1,32 \quad n_1 = 125 \quad \alpha = 0,05$$

$$\bar{x}_2 = 0,21 \quad \sigma_2 = 0,53 \quad n_2 = 86$$

Ditanya :

$$\mu_1 > \mu_2$$

Jawab :

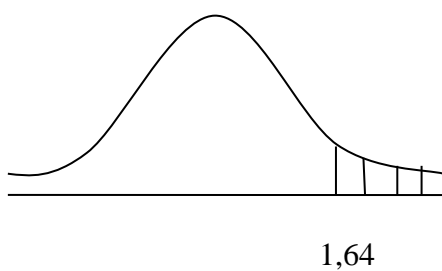
$H_0 : \mu_1 \leq \mu_2$; rata-rata dari perubahan pekerjaan pada British entrepreneur lebih rendah dibandingkan manajer British corporate

$H_A : \mu_1 > \mu_2$; rata-rata dari perubahan pekerjaan pada British entrepreneur lebih tinggi dibandingkan manajer British corporate

$$\begin{aligned}\sigma_{sr} &= \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} \\ &= \sqrt{\frac{1,32^2}{125} + \frac{0,53^2}{86}} \\ &= 0,1311696576 \\ Z &= \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - \mu_{sr}}{\sigma_{sr}} \\ &= \frac{(1,91 - 0,21) - 0}{0,1311696576} \\ &= 12,96031438 \approx 12,96\end{aligned}$$

$$Z_\alpha = 0,5 - 0,05 = 0,45 \quad Z = 1,64$$

Kurva :



Kriteria :

$Z > Z_{\alpha}$; H_0 ditolak

$Z \leq Z_{\alpha}$; H_0 tidak dapat ditolak

Ternyata $12,96 > 1,64$ atau $Z > Z_{\alpha}$; H_0 ditolak

Kesimpulan :

Dengan tingkat signifikansi 5% dapat disimpulkan bahwa rata-rata dari perubahan pekerjaan pada British entrepreneur lebih tinggi dibandingkan manajer British corporate.

8. Diketahui :

$$\bar{X}_1 = 2,71 \quad \sigma_1 = 0,64 \quad n_1 = 114 \quad \alpha = 0,05$$

$$\bar{X}_2 = 2,79 \quad \sigma_2 = 0,56 \quad n_2 = 123$$

Ditanya :

Ujilah hipotesisnya!

Jawab :

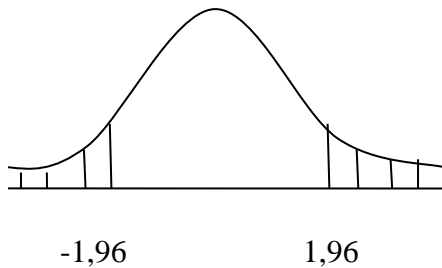
$H_0 : \mu_1 = \mu_2$; tidak ada perbedaan antara rata-rata poin peringkat pada mahasiswa yang mengikuti dan yang tidak mengikuti pemilu.

$H_A : \mu_1 \neq \mu_2$; terdapat perbedaan antara rata-rata poin peringkat pada mahasiswa yang mengikuti dan yang tidak mengikuti pemilu.

$$\begin{aligned} \sigma_{sr} &= \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} \\ &= \sqrt{\frac{0,64^2}{114} + \frac{0,56^2}{123}} \\ &= 0,07837458741 \\ Z &= \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - \mu_{sr}}{\sigma_{sr}} \\ &= \frac{(2,71 - 2,79) - 0}{0,07837458741} \\ &= -1,020739026 \approx -1,02 \end{aligned}$$

$$Z_{\alpha/2} = \frac{1-0,05}{2} = 0,475 \quad Z = 1,96$$

Kurva :



Kriteria :

$Z < -Z_{\alpha/2}$ atau $Z > Z_{\alpha/2}$; H_0 ditolak

$-Z_{\alpha/2} \leq Z \leq Z_{\alpha/2}$; H_0 tidak dapat ditolak

Ternyata $-1,96 < -1,02 < 1,96$ atau $-Z_{\alpha/2} < Z < Z_{\alpha/2}$; H_0 tidak dapat ditolak

Kesimpulan :

Dengan tingkat signifikansi 5% dapat disimpulkan bahwa tidak terdapat perbedaan antara rata-rata poin peringkat pada mahasiswa yang mengikuti pemilu dengan yang tidak mengikuti pemilu.

9. Diketahui :

$$\bar{X}_1 = 55 \quad \sigma_1 = 5,5 \quad n_1 = 40 \quad \alpha = 0,05$$

$$\bar{X}_2 = 58 \quad \sigma_2 = 8 \quad n_2 = 50$$

Ditanya :

Apakah kedua metode tersebut mempunyai perbedaan yang nyata atau tidak untuk menyelesaikan proyek tersebut.

Jawab :

$H_0 : \mu_1 = \mu_2$; tidak ada perbedaan antara rata-rata waktu yang dibutuhkan untuk menyelesaikan proyek tersebut dengan menggunakan metode A maupun metode B.

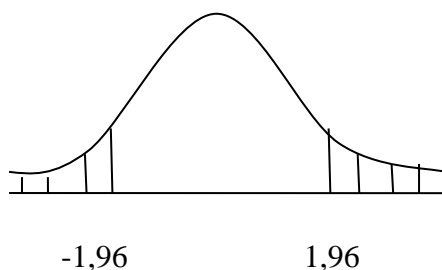
$H_A : \mu_1 \neq \mu_2$; terdapat perbedaan antara rata-rata waktu penyelesaian dengan menggunakan metode A dengan rata-rata waktu penyelesaian menggunakan metode B.

$$\begin{aligned}\sigma_{sr} &= \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} \\ &= \sqrt{\frac{5,5^2}{40} + \frac{8^2}{50}} \\ &= 1,426972319\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}Z &= \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - \mu_{sr}}{\sigma_{sr}} \\ &= \frac{(55-58)-0}{1,426972319} \\ &= -2,102353325 \approx -2,10\end{aligned}$$

$$Z_{\alpha/2} = \frac{1-0,05}{2} = 0,475 \quad Z = 1,96$$

Kurva :



Kriteria :

$Z < -Z_{\alpha/2}$ atau $Z > Z_{\alpha/2}$; H_0 ditolak

$-Z_{\alpha/2} \leq Z \leq Z_{\alpha/2}$; H_0 tidak dapat ditolak

Ternyata $-2,10 < -1,96$ atau $Z < -Z_{\alpha/2}$; H_0 ditolak

Kesimpulan :

Dengan tingkat signifikansi 5%, dapat disimpulkan bahwa terdapat perbedaan antara rata-rata waktu penyelesaian dengan menggunakan metode A dengan rata-rata waktu penyelesaian menggunakan metode B.

10. Diketahui :

$$\bar{X}_1 = 1194 \quad \sigma_1 = 91 \quad n_1 = 100 \quad \alpha = 0,05$$

$$\bar{X}_2 = 1232 \quad \sigma_2 = 122 \quad n_2 = 75$$

Ditanya :

$$\mu_1 < \mu_2$$

Jawab :

$H_0 : \mu_1 \geq \mu_2$; Kualitas lampu A lebih baik dari lampu B

$H_A : \mu_1 < \mu_2$; Kualitas lampu B lebih baik dari lampu A

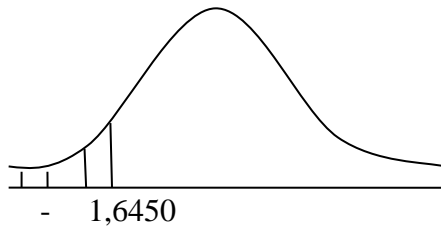
$$\begin{aligned} \sigma_{sr} &= \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} \\ &= \sqrt{\frac{91^2}{100} + \frac{122^2}{75}} \\ &= 16,7709 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Z &= \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - \mu_{sr}}{\sigma_{sr}} \\ &= \frac{(1194 - 1232) - 0}{16,7709} \end{aligned}$$

$$= -2,2658$$

$$Z_{\alpha} = 0,5 - 0,05 = 0,45 \quad Z = 1,6450$$

Kurva :



Kriteria :

$$Z < -Z_{\alpha} ; H_0 \text{ ditolak}$$

$$Z \geq -Z_{\alpha} ; H_0 \text{ tidak dapat ditolak}$$

Ternyata $-2,2658 < -1,6450$ atau $Z < Z_{\alpha} ; H_0$ ditolak

Kesimpulan :

Dengan tingkat signifikansi 5%, dapat disimpulkan bahwa kualitas lampu B lebih baik dari kualitas lampu A.

